Exercices complémentaires : Fractions algébriques, équations et inéquations réductibles au premier degré : Solutions

1. Simplifier après avoir donné les conditions d'existence :

(a) $\frac{x-2}{2x}+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{2}$ CE : $x \neq 0$

$= \frac{x(x-2)+2-x^2}{2x^2}$

$= \frac{x^2-2x+2-x^2}{D}$

$= \frac{2(-x+1)}{2x^2}$

$= \frac{1-x}{x^2}$

(b) $\frac{x-2y}{x}+\frac{2x-y}{y}$ CE : $x \neq 0$, $y \neq 0$

$= \frac{y(x-2y)+x(2x-y)}{xy}$

$= \frac{xy-2y^2+2x^2-xy}{xy}$

$= \frac{2(x^2-y^2)}{xy}$

(c) $\frac{1-x}{x} - \frac{2x^2-1}{2x^2}$ CÉ : $x \neq 0$

$$= \frac{2x(1-x) - (2x^2-1)}{2x^2}$$

$$= \frac{2x - 2x^2 - 2x^2 + 1}{2x^2}$$

$$= \frac{-4x^2 + 2x + 1}{2x^2}$$

(d) $\frac{4x^2}{3x^2-3x} + \frac{5x}{x^2-1} - 1 = \frac{4x^2}{3x(x-1)} + \frac{5x}{(x-1)(x+1)} - 1$

CÉ : $x \neq 0$, $x \neq 1$, $x \neq -1$

$$= \frac{4x^2(x+1) + 15x^2 - 3x(x-1)(x+1)}{3x(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{4x^3 + 4x^2 + 15x^2 - 3x(x^2-1)}{D}$$

$$= \frac{4x^3 + 19x^2 - 3x^3 + 3x}{D}$$

$$= \frac{x(x^2 + 19x + 3)}{3x(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{x^2 + 19x + 3}{3(x-1)(x+1)}$$

(e) $\frac{2a}{a-1} - \frac{a^2+2a}{a^2-1} = \frac{2a}{a-1} - \frac{a^2+2a}{(a-1)(a+1)}$

CE : $a \neq 1$, $a \neq -1$

$= \frac{2a(a+1) - (a^2+2a)}{(a-1)(a+1)}$

$= \frac{2a^2+2a-a^2-2a}{D}$

$= \frac{a^2}{(a-1)(a+1)}$

(f) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{2x}{x^2-4} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{2x}{(x-2)(x+2)}$

CE : $x \neq 2$, $x \neq -2$

$= \frac{x+2 - (x-2) + 2x}{(x-2)(x+2)}$

$= \frac{x+2-x+2+2x}{D}$

$= \frac{4+2x}{D}$

$= \frac{2(2+x)}{(x-2)(x+2)}$

$= \frac{2}{x-2}$

(g) $\frac{2a}{a^2-1} - \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a-1}$ $= \frac{2a}{(a-1)(a+1)} - \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a-1}$

CE : $a \neq 1$, $a \neq -1$

$= \frac{2a - (a-1) - (a+1)}{(a-1)(a+1)}$

$= \frac{2a - a + 1 - a - 1}{D}$

$= 0$

(h) $\frac{3x}{x^2-xy} - \frac{2y}{xy+y^2}$ $= \frac{3x}{x(x-y)} - \frac{2y}{y(x+y)}$

CE : $x \neq 0$, $y \neq 0$, $x \neq y$, $x \neq -y$

$= \frac{3}{x-y} - \frac{2}{x+y}$

$= \frac{3(x+y) - 2(x-y)}{(x-y)(x+y)}$

$= \frac{3x + 3y - 2x + 2y}{D}$

$= \frac{x + 5y}{(x-y)(x+y)}$

(i) $\frac{5}{2a-4b} - \frac{a-2b}{a^2-4b^2} = \frac{5}{2(a-2b)} - \frac{a-2b}{(a-2b)(a+2b)}$

CE $a \neq 2b$, $a \neq -2b$

$= \frac{5}{2(a-2b)} - \frac{1}{a+2b}$

$= \frac{5(a+2b) - 2(a-2b)}{2(a-2b)(a+2b)}$

$= \frac{5a+10b-2a+4b}{D}$

$= \frac{3a+14b}{2(a-2b)(a+2b)}$

(j) $\frac{3x+3y}{x^2-y^2} + \frac{7x-7y}{x^2-2xy+y^2} = \frac{3(x+y)}{(x-y)(x+y)} + \frac{7(x-y)}{(x-y)^2}$

CE : $x \neq y$, $x \neq -y$

$= \frac{3}{x-y} + \frac{7}{x-y}$

$= \frac{10}{x-y}$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

F = factorisation

(a) $x(2x-1)(3x+7)=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 2x-1=0 \\ 3x+7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{1}{2} \\ x=-\frac{7}{3} \end{cases}$$

$$S:\left\{-\frac{7}{3}, 0, \frac{1}{2}\right\}$$

(b) $x^2=64$

$$\Leftrightarrow x^2-64=0 \overset{F}{\Leftrightarrow} (x-8)(x+8)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-8=0 \\ x+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ x=-8 \end{cases}$$

$$S:\{-8, 8\}$$

(c) $9x^2+16=-24x$

$$\Leftrightarrow 9x^2+24x+16=0 \overset{F}{\Leftrightarrow} (3x+4)^2=0$$

$$\overset{(*)}{\Leftrightarrow} 3x+4=0 \Leftrightarrow x=-\frac{4}{3}$$

$$S:\left\{-\frac{4}{3}\right\}$$

(*) $a=0 \Leftrightarrow a^2=0^2 \Leftrightarrow a^2=0$

(d) $x^3 = x$

$\Leftrightarrow x^3 - x = 0 \overset{F}{\Leftrightarrow} x(x^2-1) = 0 \overset{F}{\Leftrightarrow} x(x-1)(x+1) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x-1 = 0 \\ x+1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ $S : \{-1, 0, 1\}$

(e) $(12x^4 - 3x^2) + (12x^3 - 3x) = 0$

$\overset{F}{\Leftrightarrow} 3x^2(4x^2-1) + 3x(4x^2-1) = 0$

$\Leftrightarrow (4x^2-1)(3x^2+3x) = 0$

$\overset{F}{\Leftrightarrow} (2x-1)(2x+1)(3x)(x+1) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 0 \\ 2x-1 = 0 \\ 2x+1 = 0 \\ x+1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \\ x = -1 \end{cases}$

$S : \left\{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right\}$

(f) $2x(x^2-1) = 3(x^2-1)$

$\Leftrightarrow 2x(x^2-1) - 3(x^2-1) = 0$

$\overset{F}{\Leftrightarrow} (x^2-1)(2x-3) = 0$

$\overset{F}{\Leftrightarrow} (x-1)(x+1)(2x-3) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+1=0 \\ 2x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \\ x=\frac{3}{2} \end{cases}$ $S: \left\{-1, 1, \frac{3}{2}\right\}$

(g) $x^2(4x-1)+9(1-4x) = 0$ $\Leftrightarrow x^2(4x-1) - 9(4x-1) = 0$

$\overset{F}{\Leftrightarrow} (4x-1)(x^2-9) = 0$

$\overset{F}{\Leftrightarrow} (4x-1)(x-3)(x+3) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-1=0 \\ x-3=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ x=3 \\ x=-3 \end{cases}$ $S: \left\{-3, \frac{1}{4}, 3\right\}$

(h) $(3x-1)(x+2) = x(x+2)$

$\Leftrightarrow (3x-1)(x+2) - x(x+2) = 0$

$\overset{F}{\Leftrightarrow} (x+2)[(3x-1)-x] = 0$

$\Leftrightarrow (x+2)(2x-1) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ 2x-1=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$

$S: \left\{-2, \frac{1}{2}\right\}$

(i) $(x-1)(3x-2) = 4x(2-3x)$

$\Leftrightarrow (x-1)(3x-2) - 4x(2-3x) = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(3x-2) + 4x(3x-2) = 0$

F

$\Leftrightarrow (3x-2)[(x-1)+4x] = 0$

$\Leftrightarrow (3x-2)(5x-1) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2=0 \\ 5x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = \frac{1}{5} \end{cases}$ $S: \left\{ \frac{1}{5}, \frac{2}{3} \right\}$

(j) $2x^3 + x^2 + 2x = -1$

$\Leftrightarrow (2x^3 + x^2) + (2x + 1) = 0$

F

$\Leftrightarrow x^2(2x+1) + (2x+1) = 0$

$\Leftrightarrow (2x+1)(x^2+1) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=0 \\ x^2+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x^2+1=0 \rightarrow \text{imp} \end{cases}$

$S: \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$

3. Résoudre les équations fractionnaires suivantes :

(a) $\frac{2}{x-3} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2-3x}$ $\Leftrightarrow \frac{2}{x-3} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x(x-3)}$

CE : $x \neq 0$, $x \neq 3$

$\Leftrightarrow \frac{2x-(x-3)}{x(x-3)} = \frac{1}{x(x-3)}$

$\Leftrightarrow x+3 = 1 \Leftrightarrow x = -2$

$S : \{-2\}$

(b) $\frac{3}{x-1} - \frac{1}{x+2} = \frac{-5}{1-x}$ CE : $x \neq 1$, $x \neq -2$

$\Leftrightarrow \frac{3(x+2)-(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{5(x+2)}{(x-1)(x+2)}$ (*)

$\Leftrightarrow 3x+6-x+1 = 5x+10$

$\Leftrightarrow -3x = 3$

$\Leftrightarrow x = -1$

$S : \{-1\}$

(*) car $\frac{-5}{1-x} = \frac{5}{x-1}$

(c) $1 - \frac{x}{x-2} + \frac{1}{x+2} = 0$ $\quad$ CE : $x \neq 2$, $x \neq -2$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-2)(x+2) - x(x+2) + (x-2)}{(x-2)(x+2)} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 - x^2 - 2x + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -6$$

S: $\{-6\}$

(d) $\frac{-1}{x+3} - \frac{2}{x-1} = \frac{1}{(x+3)(x-1)}$ $\quad$ CE : $x \neq 1$, $x \neq -3$

$$\Leftrightarrow \frac{-(x-1) - 2(x+3)}{(x+3)(x-1)} = \frac{1}{(x+3)(x-1)}$$

$$\Leftrightarrow -x + 1 - 2x - 6 = 1$$

$$\Leftrightarrow -3x = 6$$

$$\Leftrightarrow x = -2$$

S: $\{-2\}$

(e) $\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x+1}=\frac{1}{x^2-2x+1} \Leftrightarrow \frac{1}{(x-1)}+\frac{2}{(x+1)}=\frac{1}{(x-1)^2}$

CE : $x \neq 1, x \neq -1$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-1)(x+1)+2(x-1)^2}{(x-1)^2(x+1)}=\frac{(x+1)}{(x-1)^2(x+1)}$$

$$\Leftrightarrow x^2-1+2(x^2-2x+1)=x+1$$

$$\Leftrightarrow 3x^2-5x=0$$

$$\Leftrightarrow x(3x-5)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 3x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$S: \left\{0, \frac{5}{3}\right\}$$

(f) $\frac{2}{(3x+2)(7x-1)}=\frac{1}{3x+2}+\frac{3}{7x-1}$ CE $x \neq -\frac{2}{3}, x \neq \frac{1}{7}$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{(3x+2)(7x-1)}=\frac{7x-1+3(3x+2)}{(3x+2)(7x-1)}$$

$$\Leftrightarrow 2=7x-1+9x+6$$

$$\Leftrightarrow -3=16x$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{16}$$

$$S: \left\{-\frac{3}{16}\right\}$$

(g) $\frac{2}{x-3} - \frac{1}{x+1} = \frac{4}{(x-3)(x+1)} - \frac{2}{x-3}$ CE : $x \neq -1$, $x \neq 3$

$$\Leftrightarrow \frac{2(x+1) - (x-3)}{(x+1)(x-3)} = \frac{4 - 2(x+1)}{(x+1)(x-3)}$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2 - x + 3 = 4 - 2x - 2$$

$$\Leftrightarrow 3x = -3$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \quad \text{(A.R. por CE)}$$

$S : \emptyset$

(h) $\frac{3}{x-2} - \frac{1}{2x+5} + \frac{2}{2x^2+x-10} = 0$

Hemma

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x-2} - \frac{1}{2x+5} + \frac{2}{(2x+5)(x-2)} = 0$$

CE : $x \neq 2$, $x \neq -\frac{5}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{3(2x+5) - (x-2) + 2}{(x-2)(2x+5)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x + 15 - x + 2 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x + 19 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{19}{5}$$

$S : \left\{-\frac{19}{5}\right\}$

(i) $\frac{1}{4x-3} - \frac{2}{2x+1} = \frac{3}{(4x-3)(2x+1)}$ CE $x \neq \frac{3}{4}$, $x \neq -\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{(2x+1) - 2(4x-3)}{(4x-3)(2x+1)} = \frac{3}{(4x-3)(2x+1)}$

$\Leftrightarrow 2x + 1 - 8x + 6 = 3$

$\Leftrightarrow -6x = -4$

$\Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$

$S : \left\{ \frac{2}{3} \right\}$

(j) $\frac{2}{3x-1} - \frac{-1}{2x-1} - \frac{1}{(2x-1)(3x-1)} = 0$ CE : $x \neq \frac{1}{3}$, $x \neq \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{2(2x-1) - (-1)(3x-1) - 1}{(3x-1)(2x-1)} = 0$

$\Leftrightarrow 4x - 2 + 3x - 1 - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 7x = 4$

$\Leftrightarrow x = \frac{4}{7}$

$S : \left\{ \frac{4}{7} \right\}$

4. Résoudre les équations et inéquations suivantes :

(a) $\dfrac{7x^2-3x+1}{3x-8} = 2x-3$

CE : $x \neq \frac{8}{3}$

$$\Leftrightarrow \frac{7x^2-3x+1}{3x-8} = \frac{(2x-3)(3x-8)}{3x-8}$$

$$\Leftrightarrow 7x^2-3x+1 = 6x^2-16x-9x+24$$

$$\Leftrightarrow x^2+22x-23=0$$

Méthode

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+23)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+23=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-23 \end{cases}$$

$S : \{-23, 1\}$

(b) $\dfrac{x^4 - 7x^3 - 8x^2}{5x^3 + 2x - 7} = 0$

CE $5x^3 + 2x - 7 \neq 0$

Horner $\Leftrightarrow (x-1)(5x^2+5x+7) \neq 0$

$\Leftrightarrow x \neq 1$

$\Leftrightarrow x^4 - 7x^3 - 8x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x^2(x^2 - 7x - 8) = 0$

Horner

$\Leftrightarrow x^2(x+1)(x-8) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x+1 = 0 \\ x-8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 8 \end{cases}$

$S: \{-1, 0, 8\}$

(c) $\dfrac{(x-1)^3}{x^2} = x-3$

CE : $x \neq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(x-1)^3}{x^2} = \dfrac{x^2(x-3)}{x^2}$

$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x^3 - 3x^2$

$\Leftrightarrow 3x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1}{3}$

$S = \left\{\dfrac{1}{3}\right\}$

(d) $x+1=\dfrac{1-2x}{x+1}$ CE $x \neq -1$

$\Leftrightarrow \dfrac{(x+1)^2}{x+1} = \dfrac{1-2x}{x+1}$

$\Leftrightarrow x^2+2x+1 = 1-2x$

$\Leftrightarrow x^2+4x=0$

$\Leftrightarrow x(x+4)=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-4 \end{cases}$

$S: \{-4, 0\}$

(e) $\frac{2x-1}{x-2} - \frac{4x-1}{x+2} = 1$ CE $x \neq 2$, $x \neq -2$

$\Leftrightarrow \frac{(2x-1)(x+2) - (4x-1)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)}$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 4x - x - 2 - (4x^2 - 8x - x + 2) = x^2 - 4$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 - 4x^2 + 9x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow -3x^2 + 12x = 0$

$\Leftrightarrow -3x(x-4) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x = 0 \\ x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$

$S = \{0, 4\}$

(f) $\frac{-12}{x-4} \geq x+3$ (CÉ : $x-4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 4$)

$\Leftrightarrow -\frac{12}{x-4} - (x+3) \geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{-12 - (x-4)(x+3)}{x-4} \geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{-12 - (x^2 - 4x + 3x - 12)}{x-4} \geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{-12 - x^2 + x + 12}{x-4} \geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{-x^2 + x}{x-4} \geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{x(-x+1)}{x-4} \geq 0$

Zéro N : $x = 0$; $x = 1$

D : $x = 4$

x		0		1		4	
N	x	$-$	0	$+$	$+$		$+$
N	$-x+1$	$+$		$+$	0	$-$	$-$
D	$x-4$	$-$		$-$		0	$+$
	I_n	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$

S : $]-\infty, 0] \cup [1, 4[$

(g) $x + \frac{1}{x} > 2$

$$\Leftrightarrow x + \frac{1}{x} - 2 > 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 1 - 2x}{x} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{x} > 0$$

Zéros: N : $x = 1$

D : $x = 0$

x		0		1	
$(x-1)^2$	$+$		$+$	0	$+$
x	$-$	0	$+$		$+$
I_n	$-$	∄	$+$	0	$+$

S : $]0,1[\cup]1,+\infty$

ou S : $\mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\}$

(h) $\frac{2x-3}{x-1} \leq x-1$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-3}{x-1} - x - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-3-(x-1)^2}{x-1} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-3-(x^2-2x+1)}{(x-1)} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-x^2+4x-4}{x-1} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-(x^2-4x+4)}{x-1} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-(x-2)^2}{x-1} \leq 0$$

Zéros : N : $x=2$

D : $x=1$

x		1		2	
$-(x-2)^2$	$-$		$-$	0	$-$
$x-1$	$-$	0	$+$		$+$
I_n	$+$	‖	$-$	0	$-$

$S :]1, +\infty[$

(i) $1+\frac{1}{x+2} \leq \frac{x}{x-2}$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{1}{x+2} - \frac{x}{x-2} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+2)(x-2) + (x-2) - x(x+2)}{(x-2)(x+2)} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 4 + x - 2 - x^2 - 2x}{D} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-x-6}{(x-2)(x+2)} \leq 0$$

Zeros: $N : x = -6$

$D : x = -2, \; x = 2$

x		-6		-2		2	
$-x-6$	$+$	0	$-$		$-$		$-$
$x-2$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$x+2$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
I_x	$+$	0	$-$	$\nexists$	$+$	$\nexists$	$-$

$S: [-6, -2[\cup]2, +\infty$

(j) $\dfrac{2}{(3x+2)(7x-1)} > \dfrac{1}{3x+2} + \dfrac{3}{7x-1}$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{(3x+2)(7x-1)} - \frac{1}{3x+2} - \frac{3}{7x-1} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2 - (7x-1) - 3(3x+2)}{(3x+2)(7x-1)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-16x - 3}{(3x+2)(7x-1)} > 0$$

Zéro : N : $x = -\frac{3}{16}$

D : $x = -\frac{2}{3}$, $x = \frac{1}{7}$

x		$-\frac{2}{3}$		$-\frac{3}{16}$		$\frac{1}{7}$	
$-16x-3$	+		+	0	−		−
$3x+2$	−	0	+		+		+
$7x-1$	−		−		−	0	+
I_n	+	‖	−	0	+	‖	−

S : $]-\infty, -\frac{2}{3}[\cup]-\frac{3}{16}, \frac{1}{7}[$

(k) $\dfrac{3}{x-2}+\dfrac{2}{2x^2+x-10}\geq\dfrac{1}{2x+5}$

↳ Horner : $2x^2+x-10=(x-2)(2x+5)$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x-2}+\frac{2}{(x-2)(2x+5)}-\frac{1}{2x+5}\geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(2x+5)+2-(x-2)}{(x-2)(2x+5)}\geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x+19}{(x-2)(2x+5)}\geq 0$$

Zéro : N : $x=-\frac{19}{5}$

D : $x=2,\quad x=-\frac{5}{2}$

x		$-\frac{19}{5}$		$-\frac{5}{2}$		2	
$5x+19$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$x-2$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$2x+5$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
I_n	$-$	0	$+$	∄	$-$	∄	$+$

$$S : \left[-\frac{19}{5},-\frac{5}{2}\right[\cup \left]2,+\infty\right[$$

(1) $\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x-2}<\frac{4}{x^2-2x}$

$\Leftrightarrow \frac{x-1}{x}+\frac{x}{x-2}-\frac{4}{x(x-2)}<0$

$\Leftrightarrow \frac{(x-1)(x-2)+x^2-4}{x(x-2)}<0$

$\Leftrightarrow \frac{x^2-3x+2+x^2-4}{x(x-2)}<0$

$\Leftrightarrow \frac{2x^2-3x-2}{x(x-2)}<0$

Zeros N: $x=2$, $x=-\frac{1}{2}$ (Horner) $(x-2)(2x+1)$

D: $x=0$, $x=2$

x		$-\frac{1}{2}$		0		2	
$x-2$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$2x+1$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
x	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$x-2$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
I_n	$+$	0	$-$	‖	$+$	?	$+$

S: $]-\frac{1}{2},0[$

(m) $\frac{x+1}{2x+4}+\frac{1}{x+1}<\frac{1}{x^2+3x+2}$

↳ Horner $(x+2)(x+1)$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2(x+2)}+\frac{1}{x+1}\ominus\frac{1}{(x+2)(x+1)}<0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x+1)+2(x+2)-2}{2(x+2)(x+1)}<0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2+2x+1+2x+4-2}{D}<0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2+4x+3}{2(x+2)(x+1)}<0$$

Zéro: N: $x=-3$, $x=-1$ (Horner) $(x+3)(x+1)$

D: $x=-2$, $x=-1$

x		-3		-2		-1	
$x+3$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$x+1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$x+2$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$x+1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
I_x	$+$	0	$-$	∄	$+$	!	$+$

S: $]-3,-2[$

(n) $\dfrac{2}{3x-1} - \dfrac{-1}{2x-1} > \dfrac{1}{(3x-1)(2x-1)}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2}{3x-1} + \dfrac{+1}{2x-1} - \dfrac{1}{(3x-1)(2x-1)} > 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{2(2x-1)+(3x-1)-1}{(3x-1)(2x-1)} > 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{7x-4}{(3x-1)(2x-1)} > 0$

Zeros: $N: x = \frac{4}{7}$

$D: x = \frac{1}{2}, x = \frac{1}{3}$

x		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{4}{7}$	
$7x-4$	−		−		−	0	+
$3x-1$	−	0	+		+		+
$2x-1$	−		−	0	+		+
I_n	−	‖	+	‖	−	0	+

$S: \left]\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{4}{7}, +\infty\right[$

(o) $\frac{-1}{x+3} - \frac{2}{x-1} \geq \frac{1}{x^2+2x-3}$

↳ Hauer : $(x+3)(x-1)$

$$\Leftrightarrow \frac{\ominus 1}{x+3} \ominus \frac{2}{x-1} \ominus \frac{1}{(x+3)(x-1)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-(x-1)-2(x+3)-1}{(x+3)(x-1)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3x-6}{(x+3)(x-1)} \geq 0$$

Zéros N $x = -2$

D $x = 1, \quad x = -3$

x		-3		-2		1	
$-3x-6$	$+$		$+$	0	$-$		$-$
$x+3$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$x-1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
I_n	$+$	∄	$-$	0	$+$	∄	$-$

S: $]-\infty, -3[\cup [-2, 1[$