

EXERCICES COMPLÉMENTAIRES : FRACTIONS ALGÈBRIQUES, ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS RÉDUCTIBLES AU PREMIER DEGRÉ

1. Simplifier après avoir donné les conditions d'existence :

$$(a) \frac{x-2}{2x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2}$$

$$(b) \frac{x-2y}{x} + \frac{2x-y}{y}$$

$$(c) \frac{1-x}{x} - \frac{2x^2-1}{2x^2}$$

$$(d) \frac{4x^2}{3x^2-3x} + \frac{5x}{x^2-1} - 1$$

$$(e) \frac{2a}{a-1} - \frac{a^2+2a}{a^2-1}$$

$$(f) \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{2x}{x^2-4}$$

$$(g) \frac{2a}{a^2-1} - \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a-1}$$

$$(h) \frac{3x}{x^2-xy} - \frac{2y}{xy+y^2}$$

$$(i) \frac{5}{2a-4b} - \frac{a-2b}{a^2-4b^2}$$

$$(j) \frac{3x+3y}{x^2-y^2} + \frac{7x-7y}{x^2-2xy+y^2}$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$(a) x(2x-1)(3x+7) = 0$$

$$(b) x^2 = 64$$

$$(c) 9x^2 + 16 = -24x$$

$$(d) x^3 = x$$

$$(e) 12x^4 - 3x^2 + 12x^3 - 3x = 0$$

$$(f) 2x(x^2-1) = 3(x^2-1)$$

$$(g) x^2(4x-1) + 9(1-4x) = 0$$

$$(h) (3x-1)(x+2) = x(x+2)$$

$$(i) (x-1)(3x-2) = 4x(2-3x)$$

$$(j) 2x^3 + x^2 - 2x = 1$$

3. Résoudre les équations fractionnaires suivantes :

$$(a) \frac{2}{x-3} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2-3x}$$

$$(b) \frac{3}{x-1} - \frac{1}{x+2} = \frac{-5}{1-x}$$

$$(c) 1 - \frac{x}{x-2} + \frac{1}{x+2} = 0$$

$$(d) \frac{-1}{x+3} - \frac{2}{x-1} = \frac{1}{(x+3)(x-1)}$$

$$(e) \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{1}{x^2-2x+1}$$

$$(f) \frac{2}{(3x+2)(7x-1)} = \frac{1}{3x+2} + \frac{3}{7x-1}$$

$$(g) \frac{2}{x-3} - \frac{1}{x+1} = \frac{4}{(x-3)(x+1)} - \frac{2}{x-3}$$

$$(h) \frac{3}{x-2} - \frac{1}{2x+5} + \frac{2}{2x^2+x-10} = 0$$

$$(i) \frac{1}{4x-3} - \frac{2}{2x+1} = \frac{3}{(4x-3)(2x+1)}$$

$$(j) \frac{2}{3x-1} - \frac{-1}{2x-1} - \frac{1}{(2x-1)(3x-1)} = 0$$

4. Résoudre les équations et inéquations suivantes :

$$(a) \frac{7x^2 - 3x + 1}{3x - 8} = 2x - 3$$

$$(b) \frac{x^4 - 7x^3 - 8x^2}{5x^3 + 2x - 7} = 0$$

$$(c) \frac{(x - 1)^3}{x^2} = x - 3$$

$$(d) x + 1 = \frac{1 - 2x}{x + 1}$$

$$(e) \frac{2x - 1}{x - 2} - \frac{4x - 1}{x + 2} = 1$$

$$(f) \frac{-12}{x - 4} \geq x + 3$$

$$(g) x + \frac{1}{x} > 2$$

$$(h) \frac{2x - 3}{x - 1} \leq x - 1$$

$$(i) 1 + \frac{1}{x + 2} \leq \frac{x}{x - 2}$$

$$(j) \frac{2}{(3x + 2)(7x - 1)} > \frac{1}{3x + 2} + \frac{3}{7x - 1}$$

$$(k) \frac{3}{x - 2} + \frac{2}{2x^2 + x - 10} \geq \frac{1}{2x + 5}$$

$$(l) \frac{x - 1}{x} + \frac{x}{x - 2} < \frac{4}{x^2 - 2x}$$

$$(m) \frac{x + 1}{2x + 4} + \frac{1}{x + 1} < \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$$

$$(n) \frac{2}{3x - 1} - \frac{-1}{2x - 1} > \frac{1}{(3x - 1)(2x - 1)}$$

$$(o) \frac{-1}{x + 3} - \frac{2}{x - 1} \geq \frac{1}{x^2 + 2x - 3}$$

EXERCICES COMPLÉMENTAIRES : FRACTIONS ALGÈBRIQUES, ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS RÉDUCTIBLES AU PREMIER DEGRÉ - SOLUTIONS

1. (a) CE : $x \neq 0 : \frac{1-x}{x^2}$
 (b) CE : $x \neq 0, y \neq 0 : \frac{2(x^2 - y^2)}{xy}$
 (c) CE : $x \neq 0 : \frac{-4x^2 + 2x - 1}{2x^2}$
 (d) CE : $x \neq 0, x \neq -1, x \neq 1 : \frac{x^2 + 19x + 3}{3(x-1)(x+1)}$
 (e) CE : $a \neq -1, a \neq 1 : \frac{a^2}{(a-1)(a+1)}$
 (f) CE : $x \neq -2, x \neq 2 : \frac{2}{x-2}$
 (g) CE : $a \neq -1, a \neq 1 : 0$
 (h) CE : $x \neq 0, y \neq 0, x \neq y, x \neq -y : \frac{x+5y}{(x-y)(x+y)}$
 (i) CE : $a \neq 2b, a \neq -2b : \frac{3a+14b}{2(a-2b)(a+2b)}$
 (j) CE : $x \neq y, x \neq -y : \frac{10}{x-y}$
2. (a) $S : \left\{ -\frac{7}{3}, 0, \frac{1}{2} \right\}$ (g) $S : \left\{ -3, \frac{1}{4}, 3 \right\}$
 (b) $S : \{-8, 8\}$ (h) $S : \left\{ -2, \frac{1}{2} \right\}$
 (c) $S : \left\{ -\frac{4}{3} \right\}$ (i) $S : \left\{ \frac{1}{5}, \frac{2}{3} \right\}$
 (d) $S : \{-1, 0, 1\}$ (j) $S : \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$
 (e) $S : \left\{ -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2} \right\}$
 (f) $S : \left\{ -1, 1, \frac{3}{2} \right\}$
3. (a) $S : \{-2\}$ (g) $S : \varnothing$
 (b) $S : \{-1\}$ (h) $S : \left\{ -\frac{19}{5} \right\}$
 (c) $S : \{-6\}$ (i) $S : \left\{ \frac{2}{3} \right\}$
 (d) $S : \{-2\}$ (j) $S : \left\{ \frac{4}{7} \right\}$
 (e) $S : \left\{ 0, \frac{5}{3} \right\}$
 (f) $S : \left\{ -\frac{3}{16} \right\}$
4. (a) $S : \{-23, 1\}$ (c) $S : \left\{ \frac{1}{3} \right\}$
 (b) $S : \{-1, 0, 8\}$ (d) $S : \{-4, 0\}$

$$(e) S: \{0, 4\}$$

$$(f) S: -\infty, 0] \cup [1, 4[$$

$$(g) S: \mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\}$$

$$(h) S:]1, +\infty$$

$$(i) S: [-6, -2[\cup]2, +\infty$$

$$(j) S: -\infty, -\frac{2}{3} \left[\cup \right] -\frac{3}{16}, \frac{1}{7} \left[$$

$$(k) S: -\infty, -\frac{5}{2} \left[\cup \right] 2, +\infty$$

$$(l) S: \left] -\frac{1}{2}, 0 \right[$$

$$(m) S:]-3, -2[$$

$$(n) S: \left] \frac{1}{3}, \frac{1}{2} \left[\cup \right] \frac{4}{7}, +\infty$$

$$(o) S: -\infty, -3[\cup [-2, 1[$$