Athénée Royal d'Uccle 1

Cours de Mathématique

4ème année

RÉVISION DE JUIN

Exercices à faire
Juin 2023

1. Analyse

✓ 1	✓ 6	✓ 11
✓ 2	✗ 7	✓ 12
✓ 3	✓ 8	✗ 13
✓ 4	✗ 9	✓ 14
✓ 5	✗ 10	

2. Trigonométrie

✓ 1	✓ 3	✗ 5
✓ 2	✗ 4	✗ 6

3. Géométrie

✗ 1	✗ 4	✓ 7
✗ 2	✓ 5	✓ 8
✗ 3	✓ 6	✓ 9

1 Algèbre

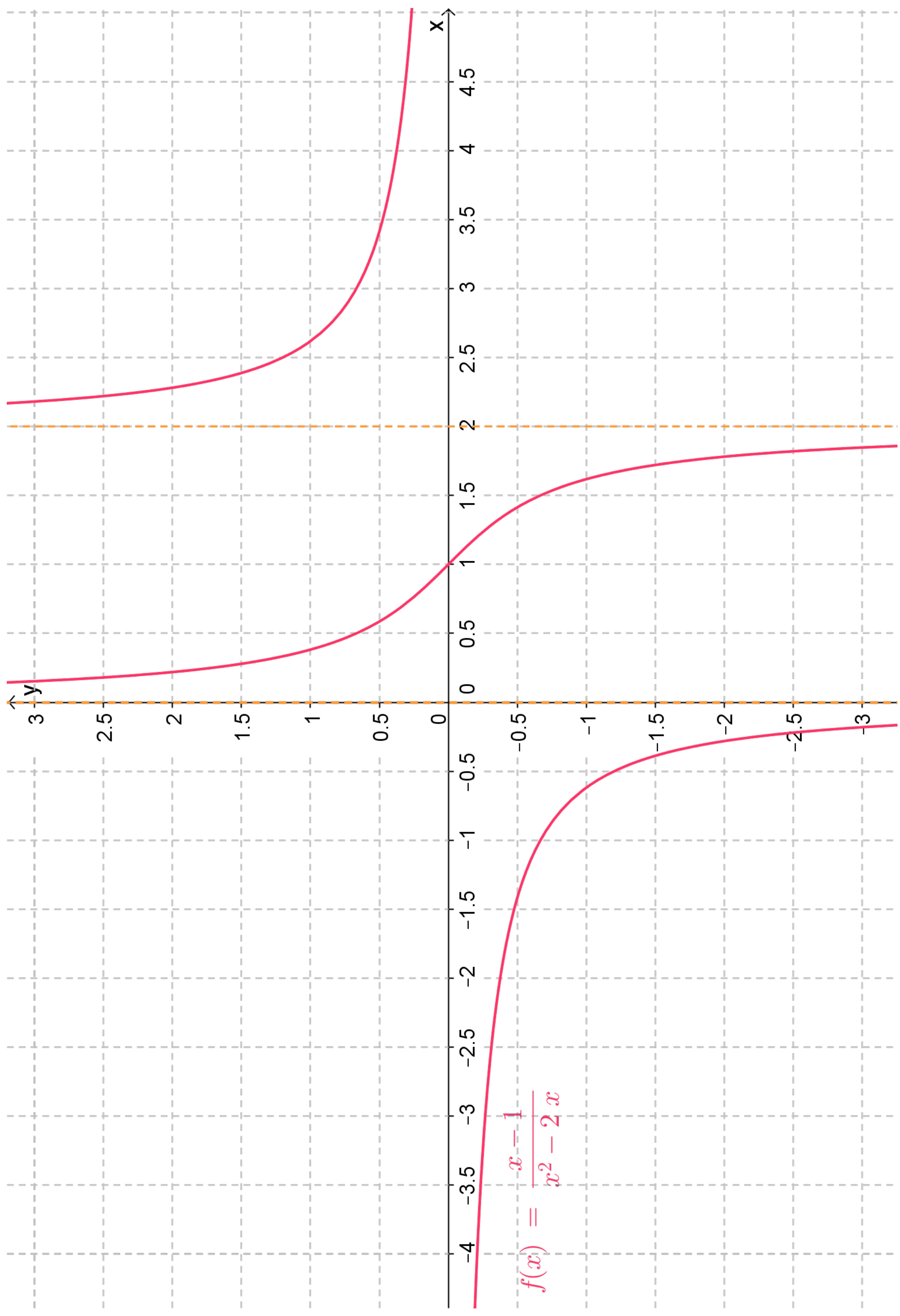
1.1 Exercices

1. Construire le graphe des fonctions suivantes en expliquant toutes les transformations utilisées.
   (a) $f(x) = \left|\sqrt{1-2x} - 1\right|$
   (b) $f(x) = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{3}\right)^2 - 2$
   (c) $f(x) = 1 - \dfrac{2}{1-2x}$
2. (a) Montrer que $2x^2 - 4x - 3 = 2(x-1)^2 - 5$;
   (b) En déduire une manière de construire le graphe de $f(x) = 2x^2 - 4x - 3$;
   (c) Vérifier algébriquement les valeurs des caractéristiques principales de la parabole.
3. On donne la fonction
$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-2x}$$
   et son graphe en annexe.
   (a) Déterminer algébriquement le domaine de $f(x)$;interprèter graphiquement les résultats.
   (b) Déterminer graphiquement quels sont les réels qui ont 1 pour image par cette fonction. Vérifier algébriquement.
   (c) Déterminer par calcul les zéros de $f(x)$ ainsi que l'image de -1 ; interprèter graphiquement.
   (d) Trace le graphe de $|f(x)|$

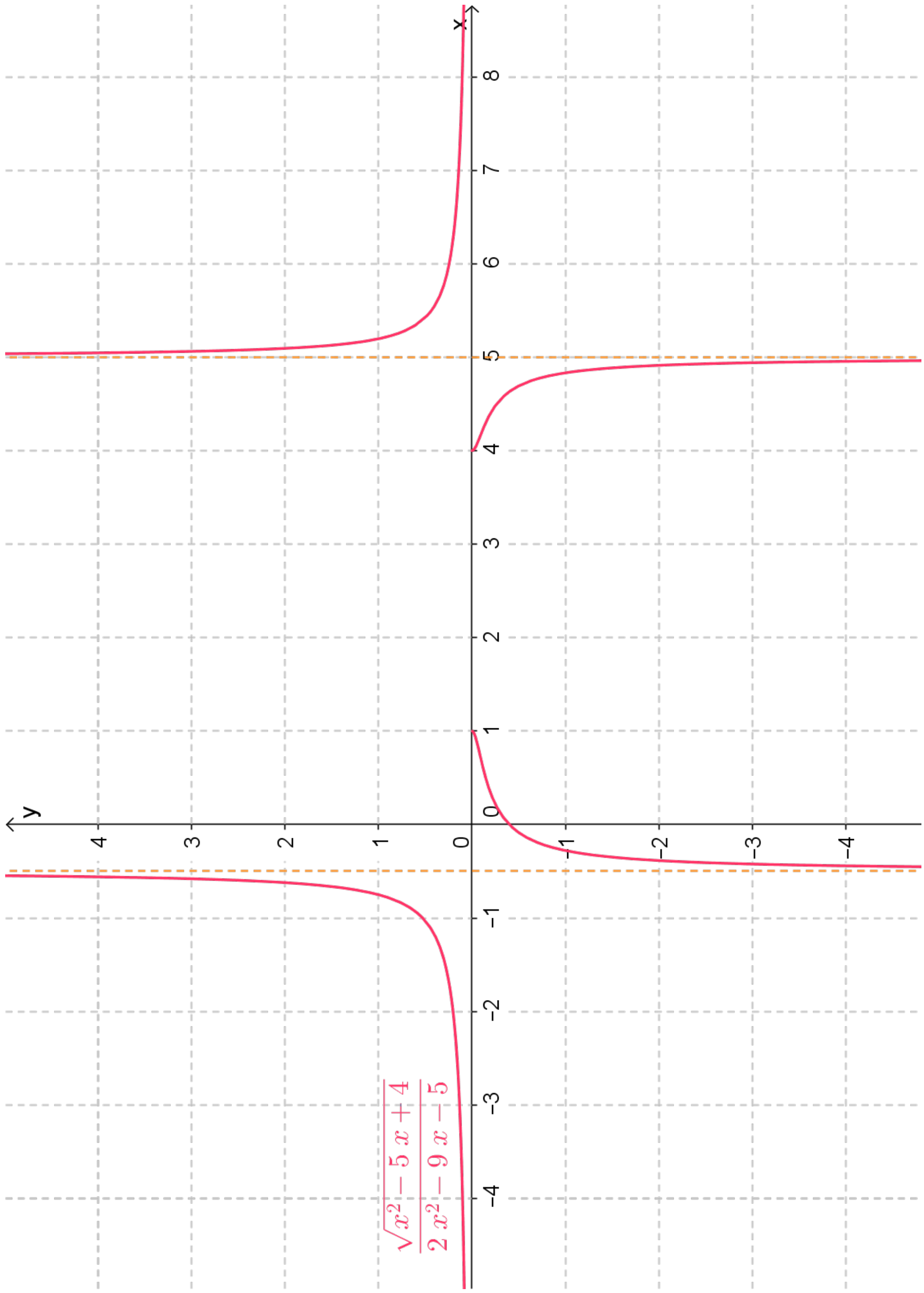
4. On donne la fonction
$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 4}}{2x^2 - 9x - 5}$$
et son graphe en annexe.
   (a) Déterminer algébriquement le domaine de $f(x)$ interprèter graphiquement les résultats.
   (b) Déterminer graphiquement quels sont les réels qui ont -1 pour image par cette fonction.
   (c) Déterminer par calcul les zéros de $f(x)$ ainsi que l'image de 2 et 6 ; interprèter graphiquement.
   (d) Trace le graphe de $|f(x+1)+1|$
   (e) Résoudre graphiquement les inéquations $f(x) > 1$ et $f(x) \leq -2$
5. Soit la fonction
$$f(x) = \frac{2x^3 - 3x^2 - 20x}{3x^2 - 27}$$
et son graphe en annexe.
   (a) Déterminer algébriquement le domaine de la fonction f ; vérifier graphiquement ;
   (b) Déterminer algébriquement et graphiquement les zéros de la fonction f ;
   (c) Déterminer algébriquement l'image de 2 par la fonction f, expliquer comment trouver ce résultat à l'aide du graphe de f ;
   (d) Déterminer graphiquement les antécédents de $\frac{7}{2}$; expliquer la démarche ;
   (e) Etudier, graphiquement et algébriquement, le signe de f ;
   (f) Déduire, sans calcul complémentaire, de 5e le domaine de la fonction
$$g(x) = \sqrt{\frac{2x^3 - 3x^2 - 20x}{3x^2 - 27}}$$
6. Soit la fonction
$$f(x) = \frac{\sqrt{-2x^3 + 9x^2 + 5x}}{8x^2 - 2x - 1}$$
et son graphique en annexe.
   (a) Déterminer algébriquement le domaine ainsi que les zéros de f ; justifier graphiquement, sur l'annexe, les résultats obtenus ;
   (b) Déterminer algébriquement une valeur exacte et une valeur approchée de l'image de -1 par la fonction f ; vérifier graphiquement les résultats ;
   (c) Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) de $\dfrac{3}{2}$; les indiquer sur le graphique.
   (d) Représenter, sur le graphique de l'annexe, les solutions de
$$\frac{\sqrt{-2x^3 + 9x^2 + 5x}}{8x^2 - 2x - 1} = \sqrt{2x+3} - 1$$

7. (a) Déterminer k pour que la parabole $\mathcal{P} \equiv y = 2x^2 - 3x + k$ passe par le point (1,-1)
   (b) Déterminer k pour que l'ordonnée du sommet de la parabole $\mathcal{P} \equiv y = 2x^2 - 3x + k$ soit $\frac{25}{16}$
   (c) Déterminer b et c pour que (-2,-4) soit le sommet de la parabole $\mathcal{P} \equiv y = x^2 + bx + c$
   (d) Déterminer b et c pour que (4,0) appartienne au graphe et que $d \equiv x = 2$ soit l'axe de symétrie de la parabole $\mathcal{P} \equiv y = x^2 + bx + c$
8. On donne la fonction $f(x) = -x^2 - x + 6$
   (a) Déterminer les caractéristiques de la parabole et la tracer ;
   (b) Résoudre algébriquement l'inéquation $-x^2 - x + 6 > -\frac{1}{2}x + 1$
   (c) tracer dans le même repère que la parabole la droite $d \equiv y = -\frac{1}{2}x + 1$
   (d) interpréter graphiquement les résultats du 8b
9. Déterminer la (les) valeur(s) de m pour que l'équation
$$(m+3)x^2 + 2(3m+1)x + m = -3$$
   admette deux solutions distinctes
10. Déterminer une condition sur m pour que l'équation
$$x^2 - 2mx + m(m+1) = 0$$
   n'admette aucune solution réelle.
11. Soient les paraboles $\mathcal{P}_1 \equiv y = \frac{x^2}{2} + x - \frac{3}{2}$ et $\mathcal{P}_2 \equiv y = -(x+1)^2 + 2$
   (a) Construire la parabole $\mathcal{P}_1$ en déterminant ses caractéristiques ;
   (b) Construire la parabole $\mathcal{P}_2$ par manipulations de graphe dans le même repère ;
   (c) Déterminer algébriquement et graphiquement les éventuels points d'intersection entre les deux paraboles.
   (d) Déterminer algébriquement et graphiquement les solutions de l'inéquation
$$\frac{x^2}{2} + x - \frac{3}{2} \leq -(x+1)^2 + 2$$
12. Etudier le signe de $f(x) = \frac{(1-x)(x^2-3x)}{x^2+2x-2}$
13. Soit la parabole d'équation $\mathcal{P} \equiv y = -x^2 - x + 6$. Ecrire l'équation de la tangente à la parabole au point (1,4). Vérifier graphiquement le résultat.
14. Résoudre dans $\mathbb{R}$:
   (a) $\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{x}{x-2} \geq \frac{x-1}{x+2}$
   (b) $\frac{2x-1}{4x-1} + \frac{2}{x+2} > 2$
   (c) $\frac{2x^2+x-5}{x^2-3x-4} < 1$

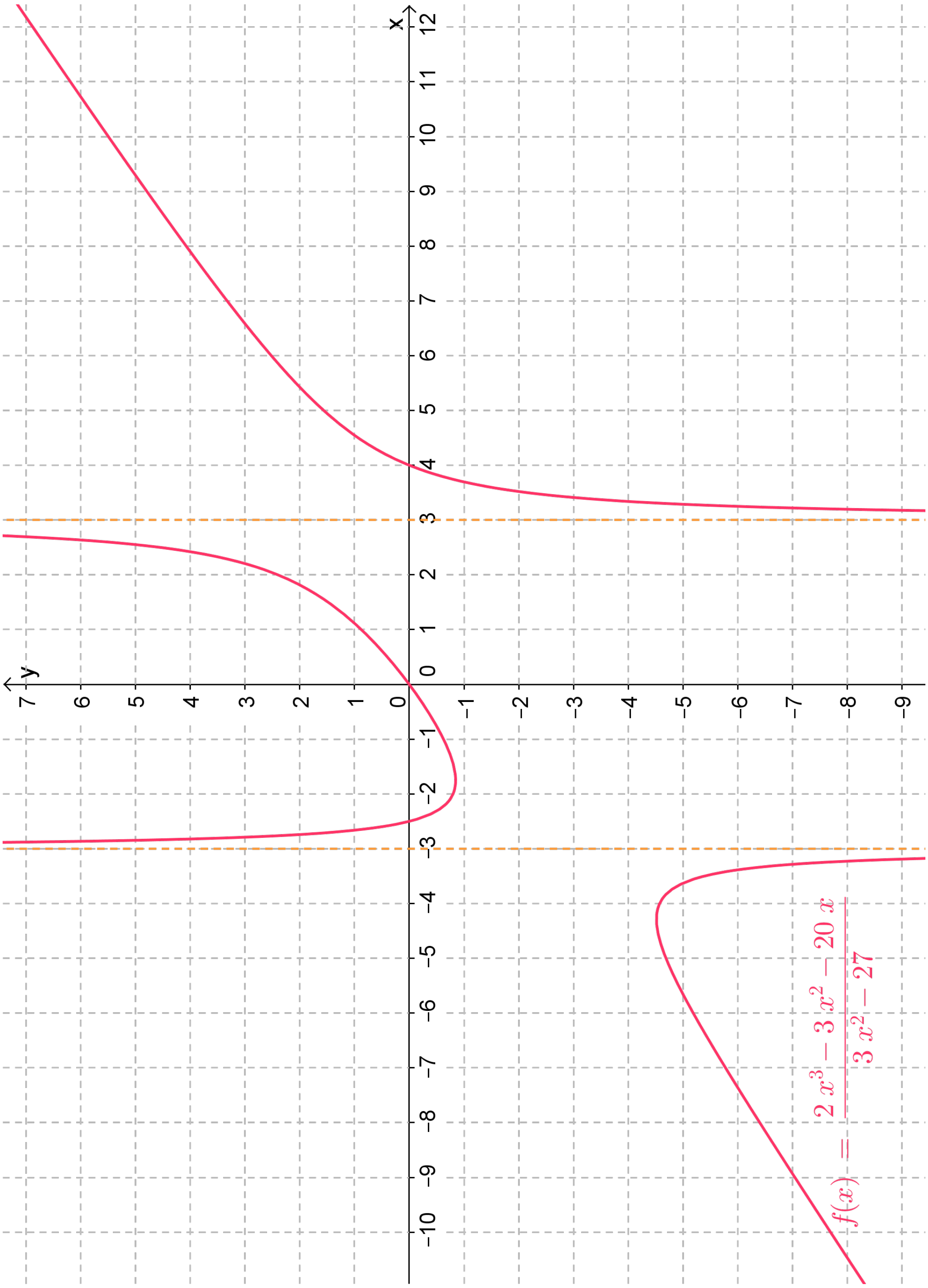
Annexe : Graphe de la fonction de l'exercice 3



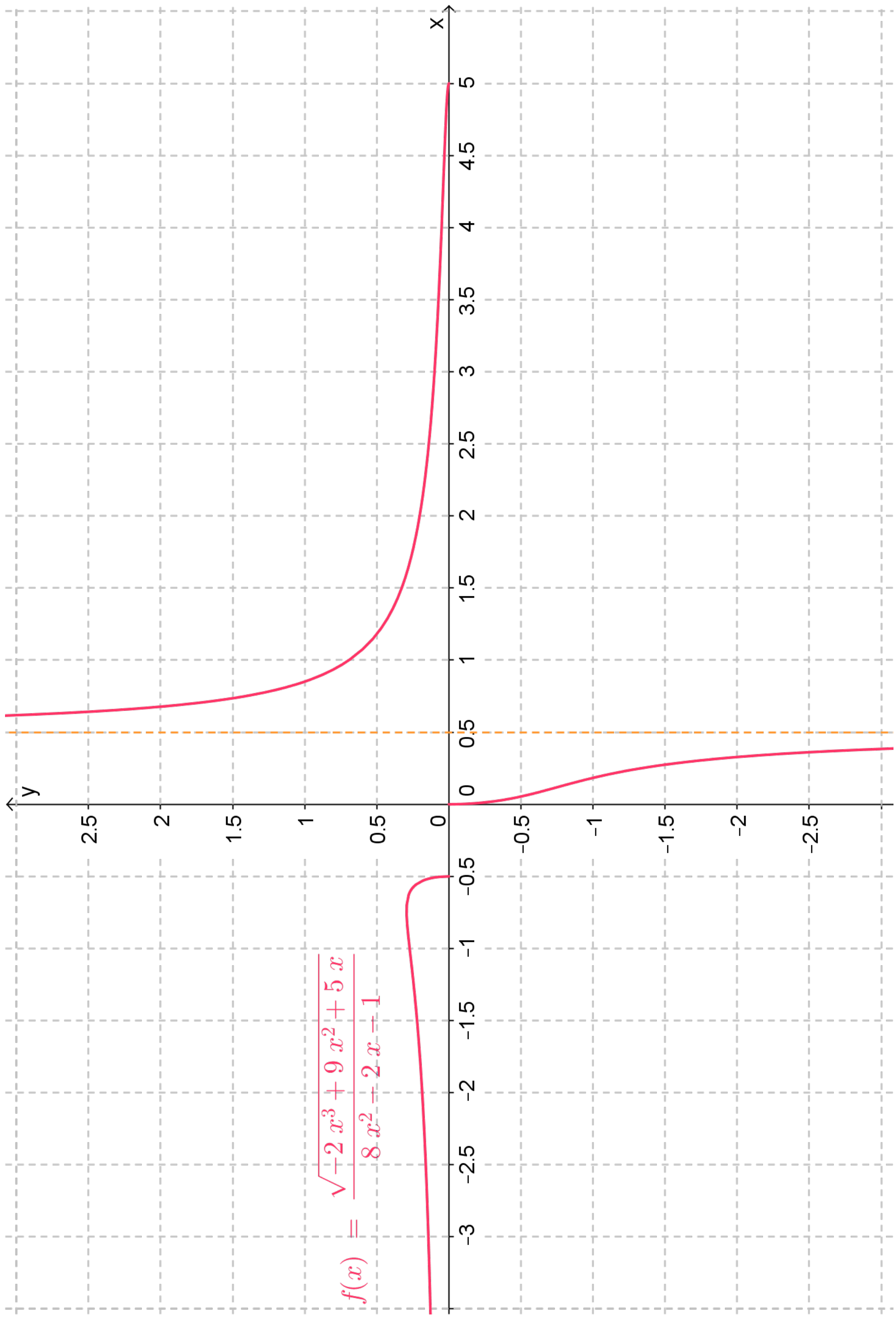
Annexe : Graphe de la fonction de l'exercice 4



Annexe : Graphe de la fonction de l'exercice 5



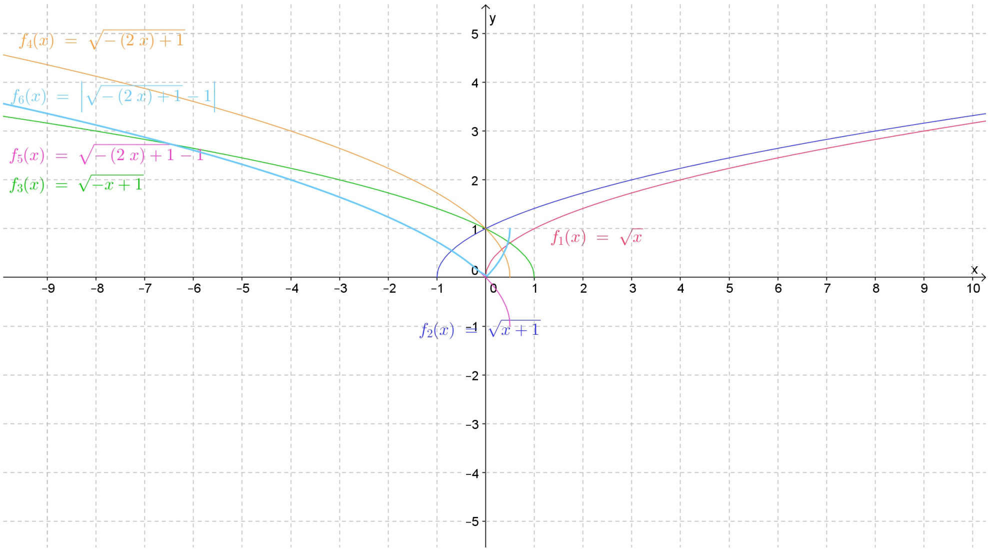
Annexe : Graphe de la fonction de l'exercice 6



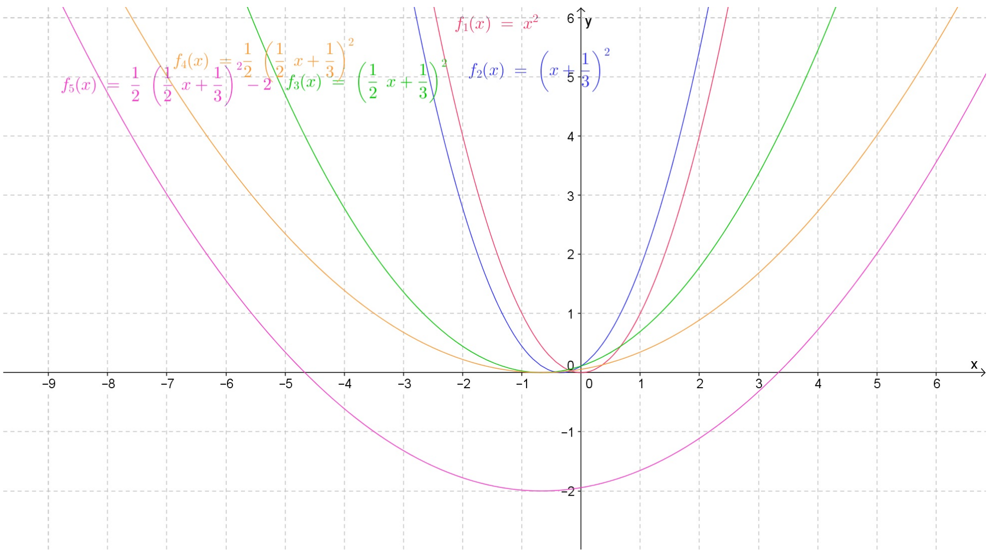
1.2 Solutions

1.

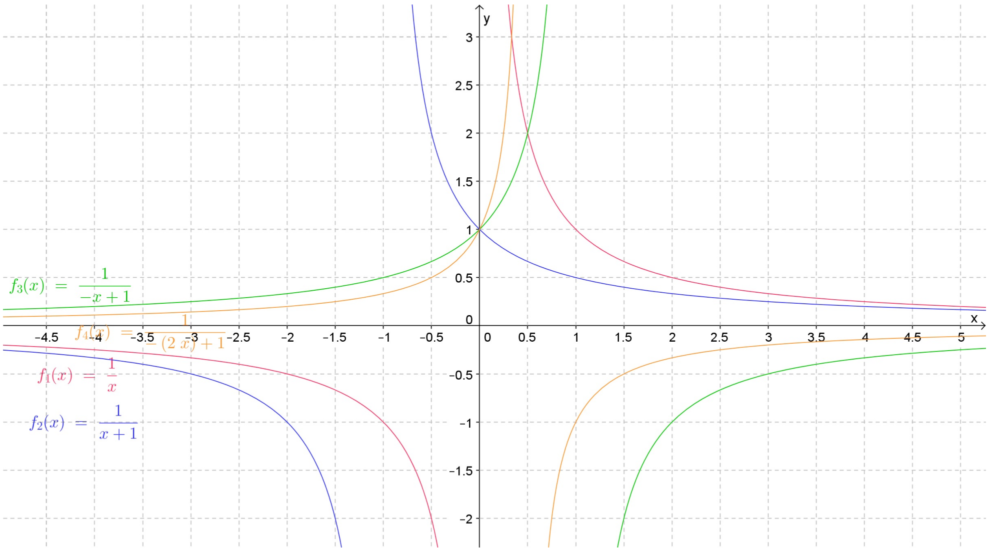
(a)

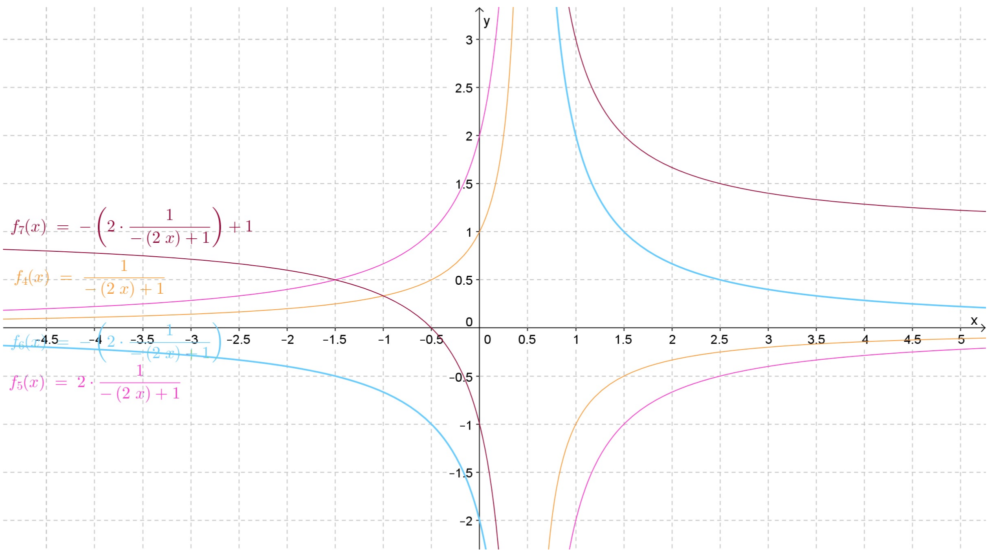


(b)



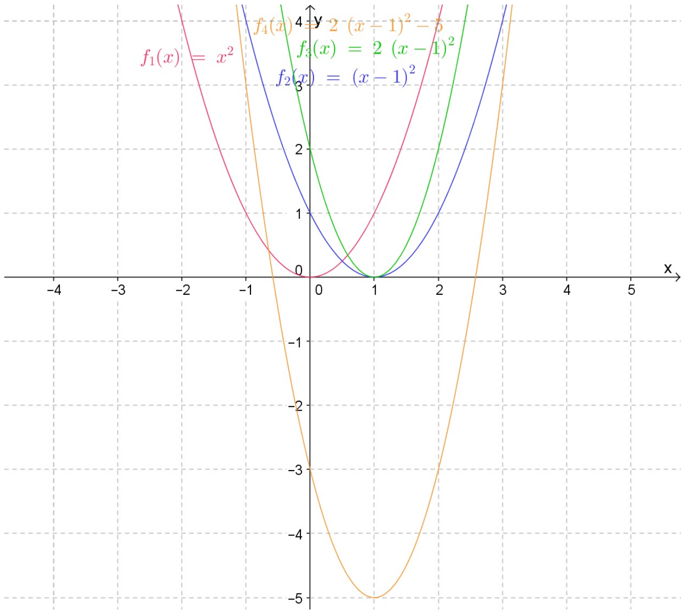
(c)





2. (a) Il suffit de développer le second membre

(b)

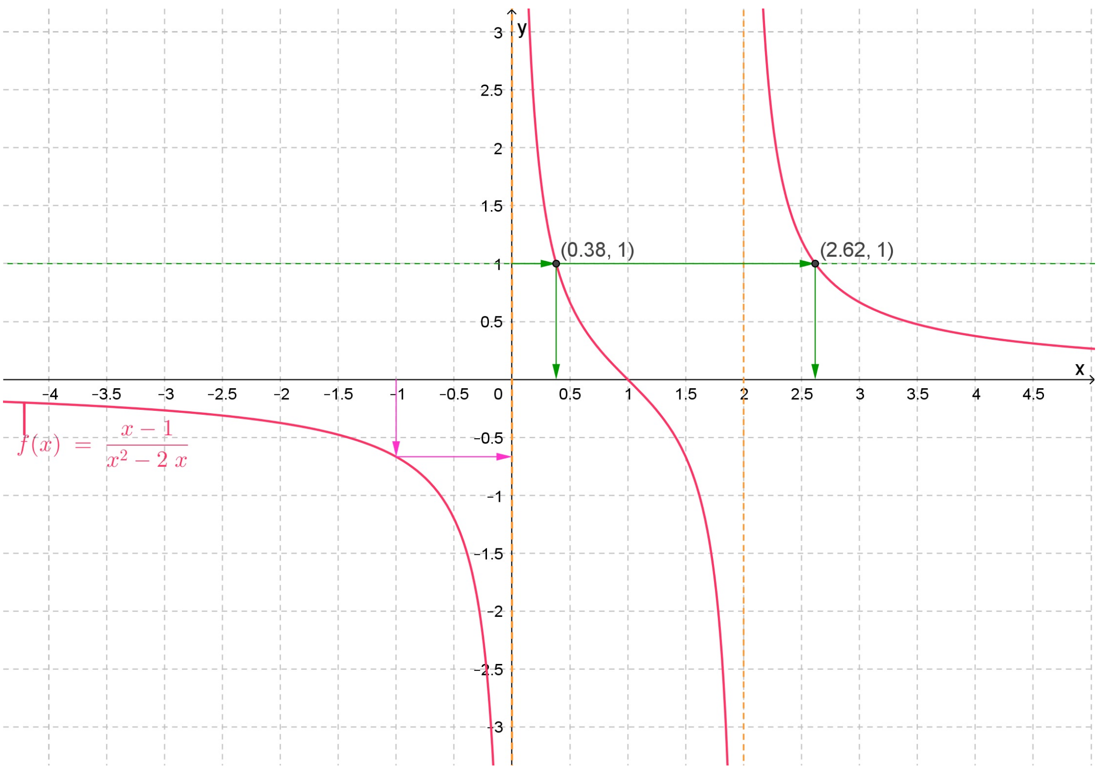


(c) $S : (1, -5)$, $AS \equiv x = 1$, $\cap Ox : \left(\dfrac{2 \pm \sqrt{10}}{2}, 0\right)$ (ou$(2,58; 0)$ et $(-0,58; 0)$) , $\cap Oy : (0, -3)$, $a > 0 : \cup$

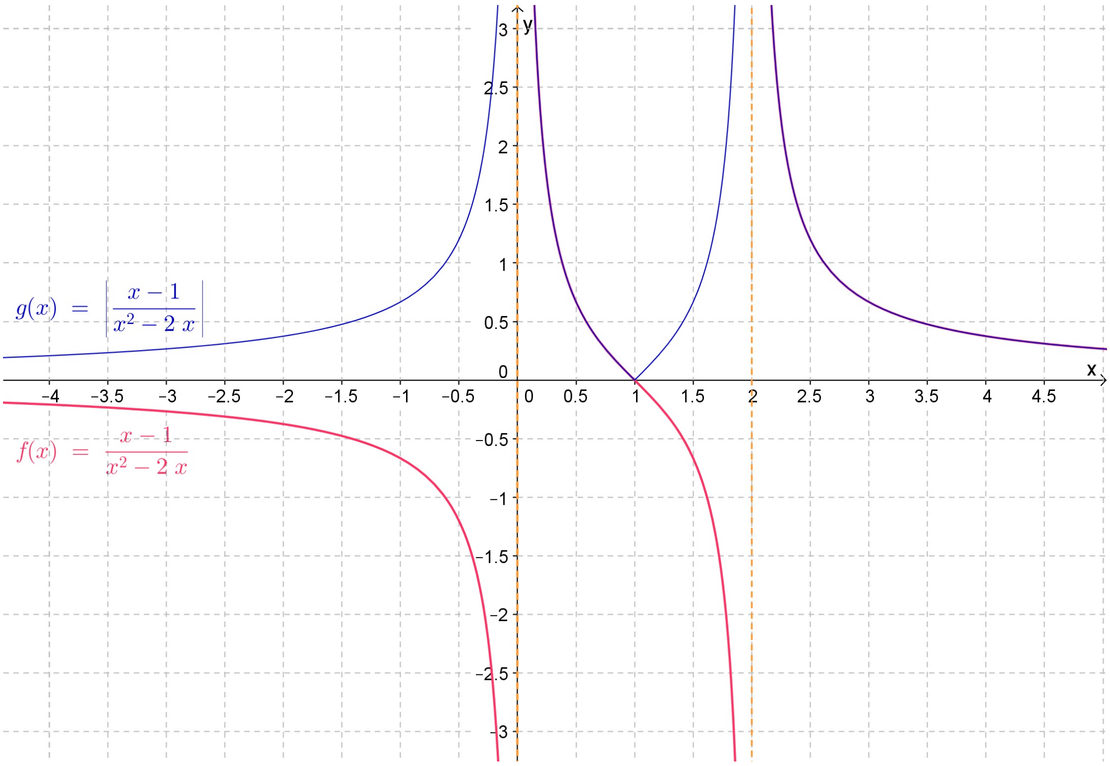
3. (a) $dom_f : \mathbb{R} \backslash \{0, 2\}$

(b) Antécédents de 1 : $f(x) = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ ($\approx 2,62$ et $0,38$)

(c) Zéro : $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ et $f(-1) = -\dfrac{2}{3}$



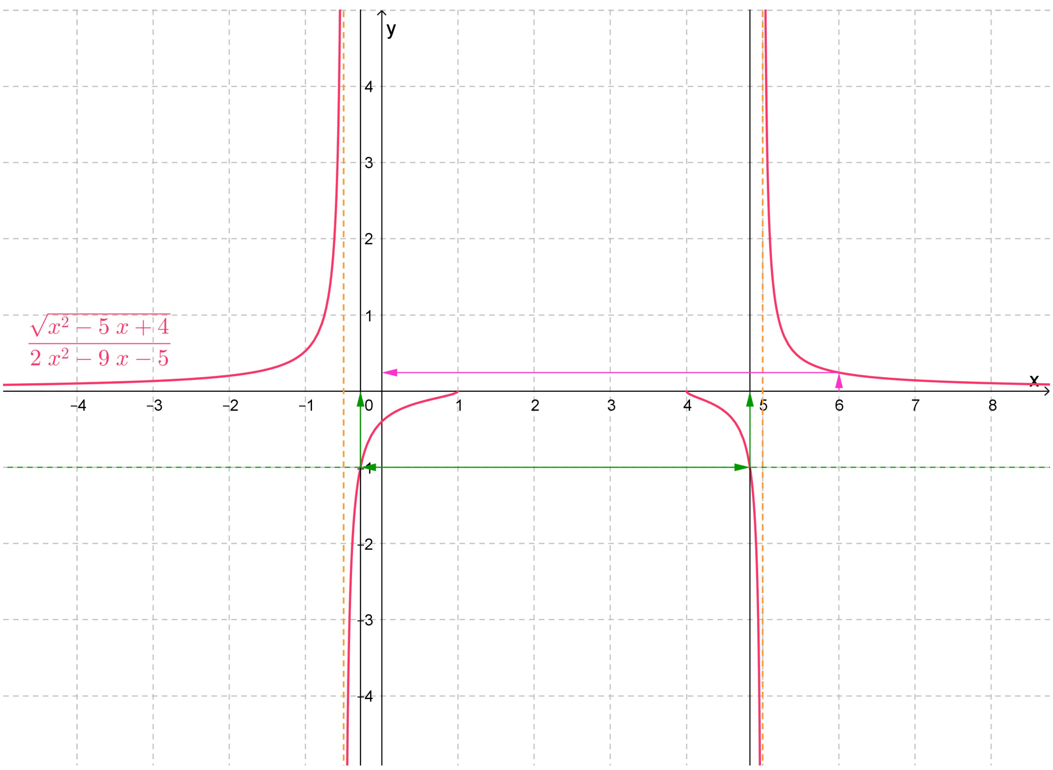
(d)



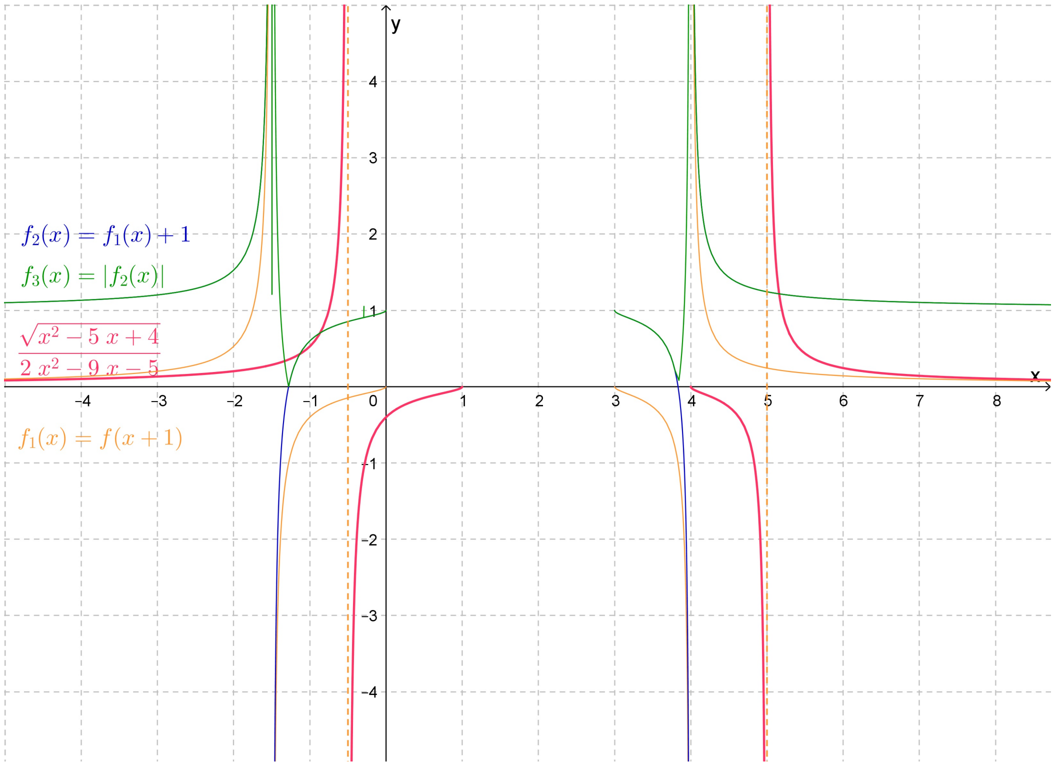
4. (a) $dom_f : -\infty, -\dfrac{1}{2}\left[\cup \right] -\dfrac{1}{2}, 1\right] \cup [4, 5[\cup]5, +\infty$

   (b) Antécédents de -1 : $x \approx -0,3$ et $x \approx 4,8$

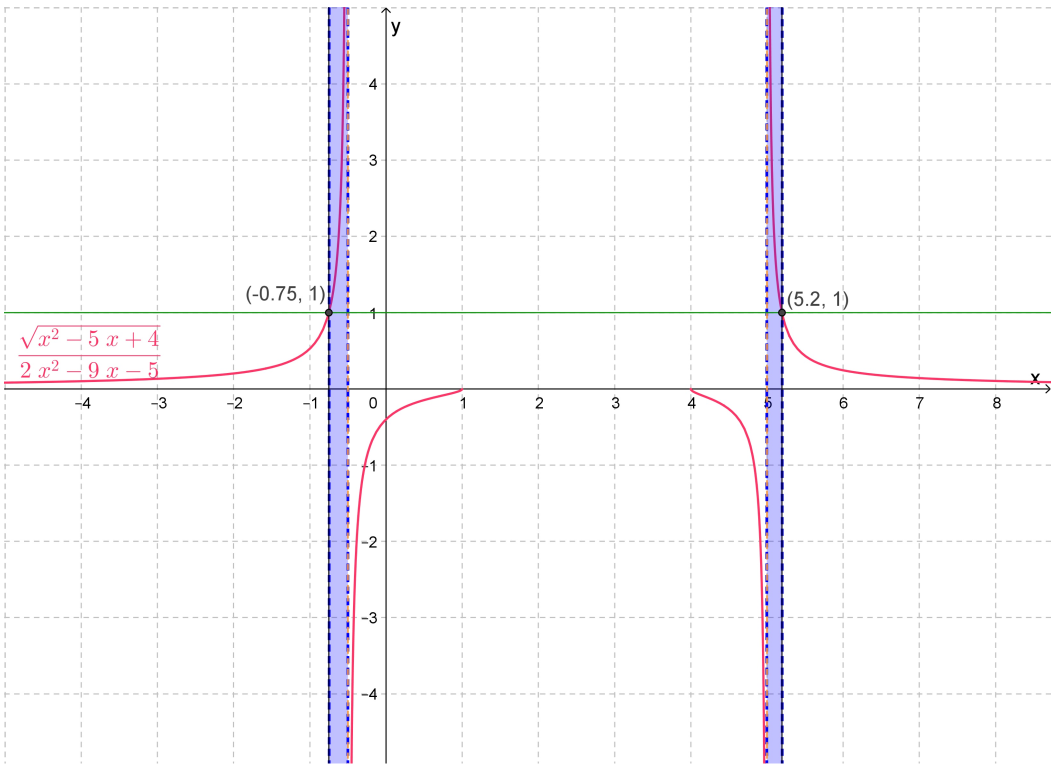
   (c) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = 4$; $f(2)\nexists$; $f(6) = \dfrac{\sqrt{10}}{13}$



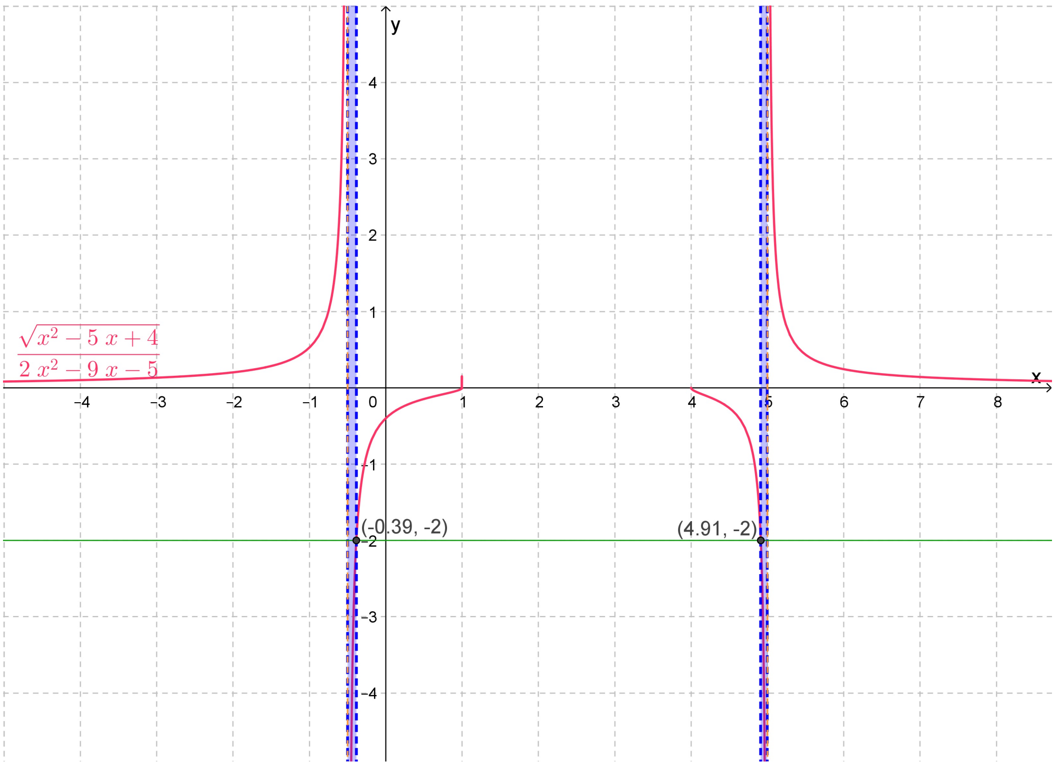
(d)



(e) $f(x) > 1 : \left]-0,75; -\frac{1}{2}\right[\cup]5; 5,2[$



$$f(x) \leq -2 : \left]-\frac{1}{2}; -0,39\right] \cup [4,91;5[$$



5. (a) $dom_f : \mathbb{R} \backslash \{-3, 3\}$

   (b) zéros : $\left\{-\frac{5}{2}, 0, 4\right\}$

   (c) $f(2) = \frac{12}{5}$

   (d) Antécédents de $\frac{7}{2}$: $x \approx -2,81$, $x \approx 2,33$ et $x \approx 7,23$

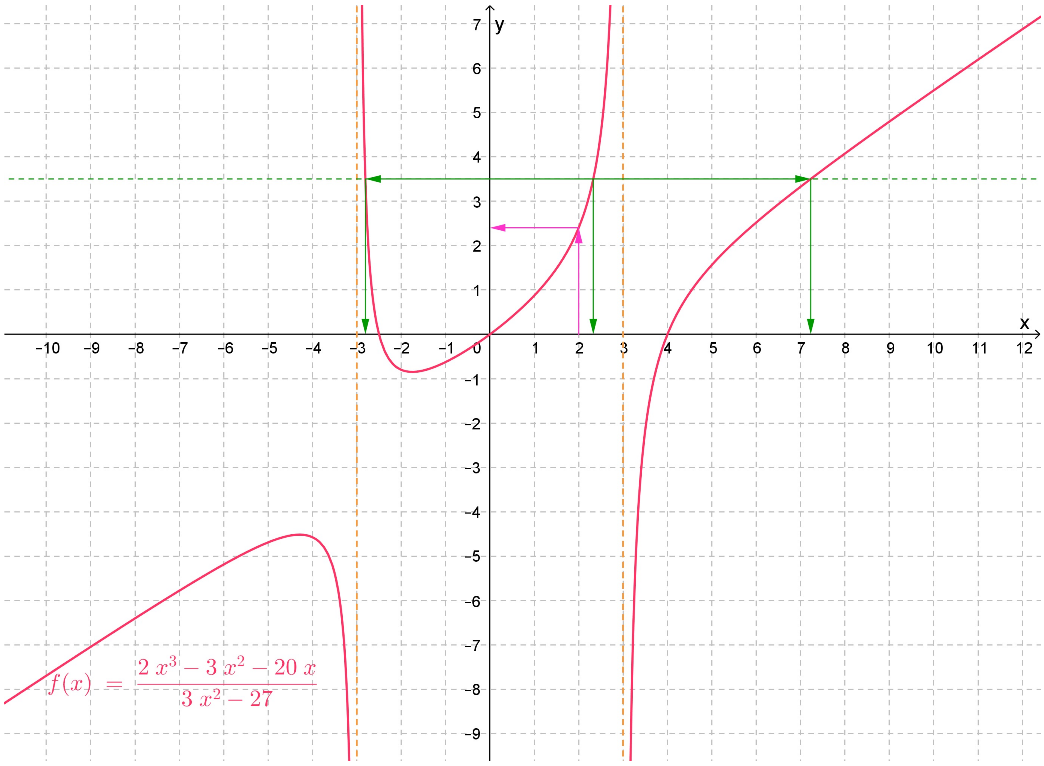
   (e) Tableau de signe :

x		-3		$-\frac{5}{2}$		0		3		4	
x	-		-		-	0	+		+		+
$2x^2 - 3x - 20$	+		+	0	-		-		-	0	+
$3x^2 - 27$	+	0	-		-		-	0	+		+
$f(x)$	-	$\nexists$	+	0	-	0	+	$\nexists$	-	0	+

   (f) Le domaine de $g(x)$ est, vu le tableau de signe précédent :

$$CE : \frac{2x^3 - 3x^2 - 20x}{3x^2 - 27} \geq 0$$

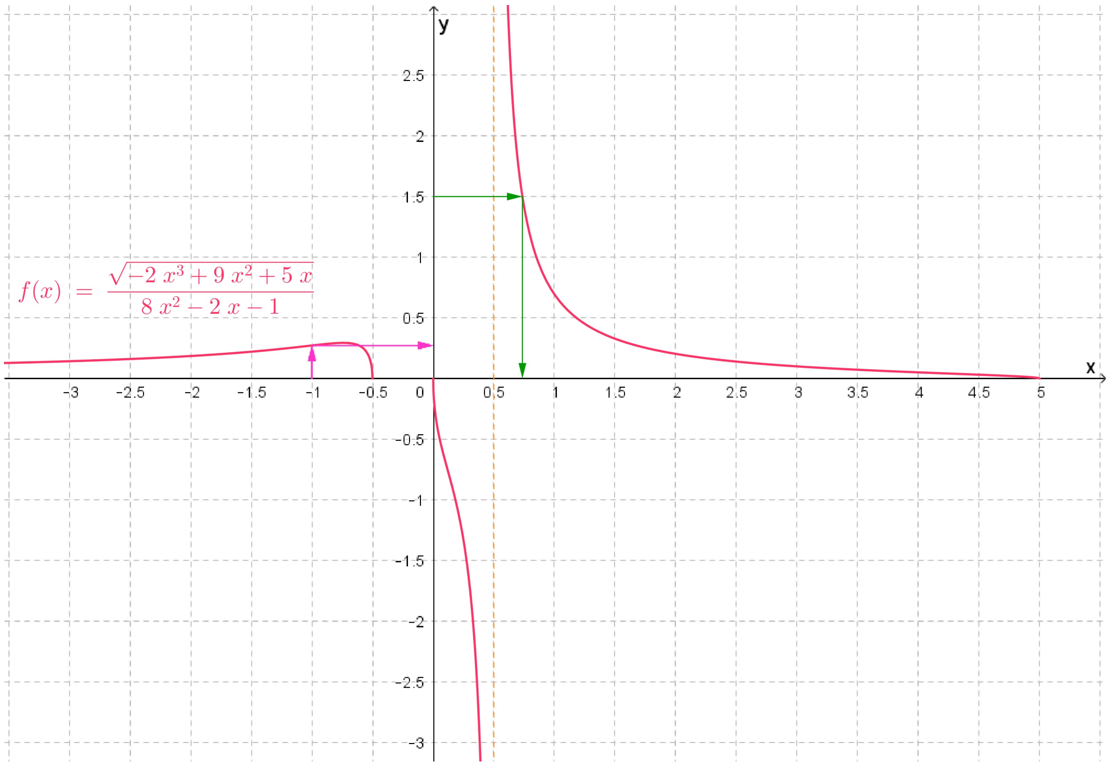
$$dom_g : \left]-3, -\frac{5}{2}\right] \cup [0, 3[\cup [4, +\infty$$



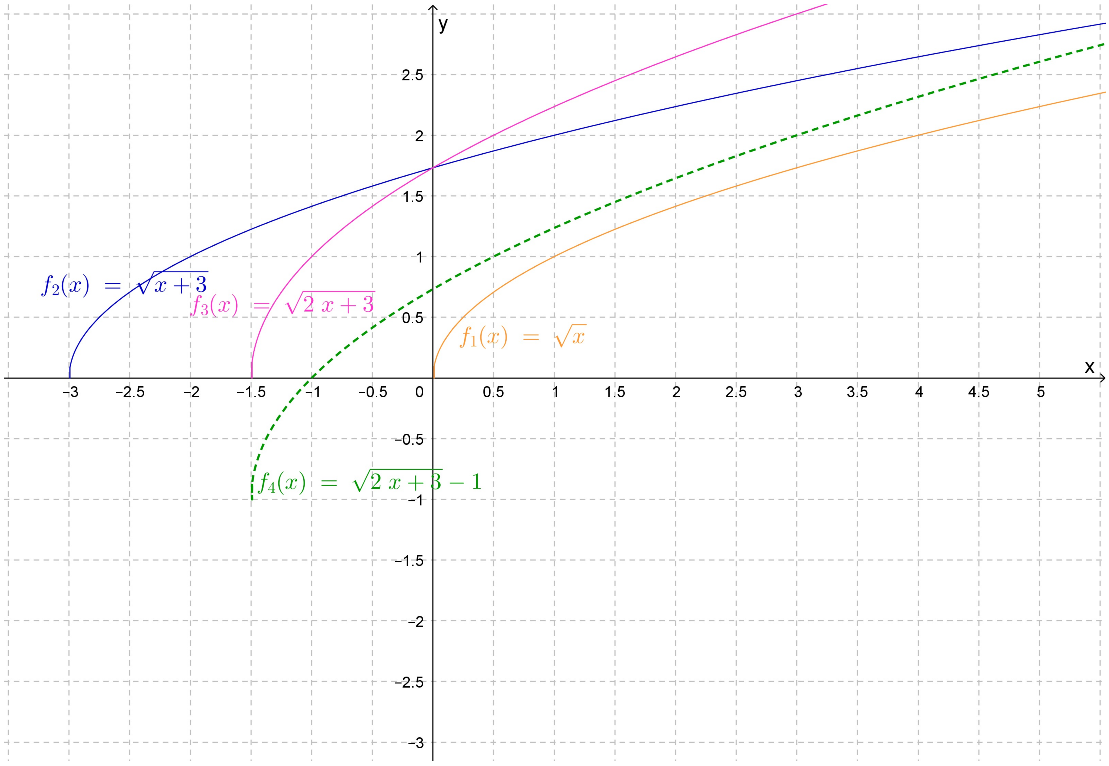
6. (a) $dom_f : -\infty, -\frac{1}{2}\Big] \cup \Big[0, \frac{1}{2}\Big[\cup \Big]\frac{1}{2}, 5\Big]$, zéros : $\left\{-\frac{1}{2}, 0, 5\right\}$

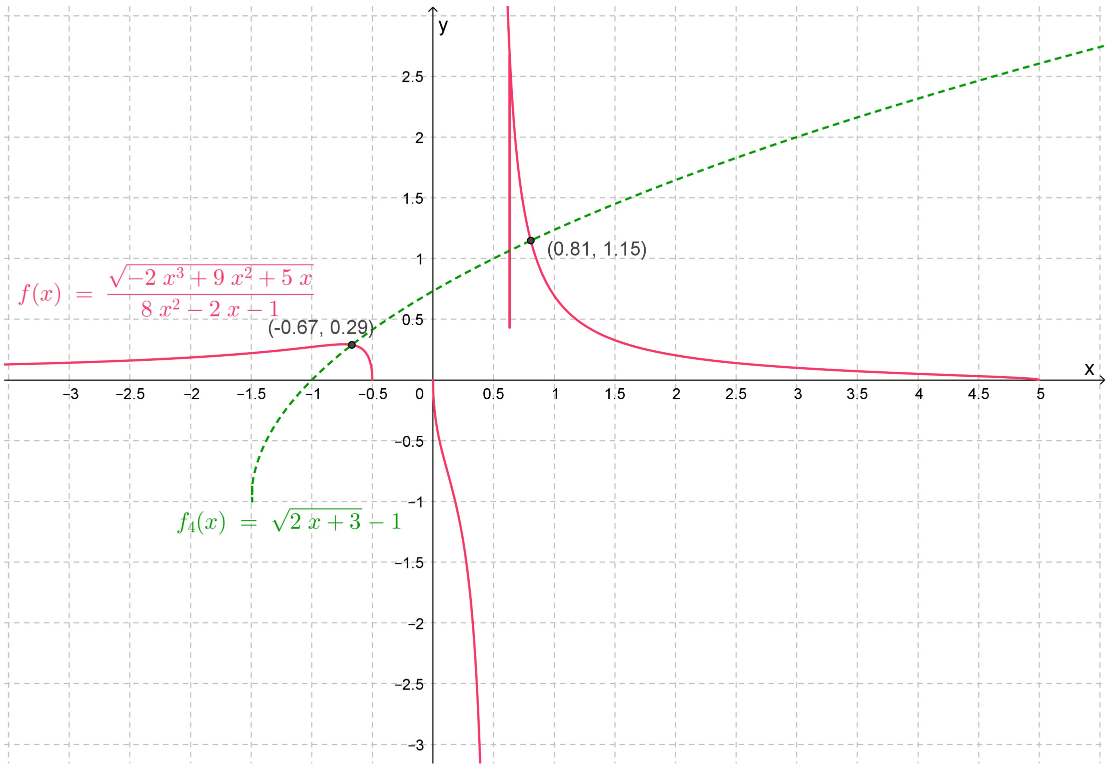
   (b) $f(-1) = \frac{\sqrt{6}}{9} \approx 0{,}27$

   (c) Antécédents de $\frac{3}{2}$: $x \approx 0{,}74$



(d)



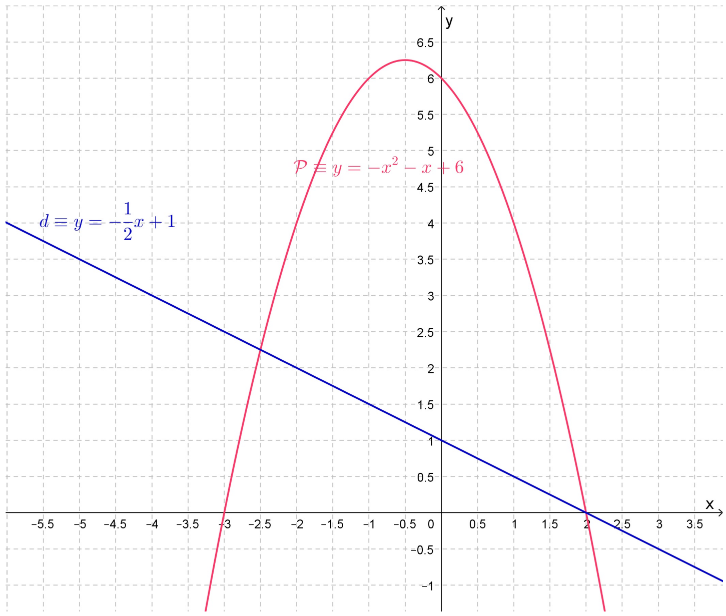


7. (a) $k = 0$
   (b) $k = \dfrac{43}{16}$
   (c) $b = 4$ et $c = 0$
   (d) $b = -4$ et $c = 0$

8. (a) $S : \left(-\frac{1}{2}, \frac{25}{4}\right)$, $AS \equiv x = -\frac{1}{2}$, $\cap Ox : (2,0)$ et $(-3,0)$, $\cap Oy : (0,6)$, $a < 0 : \cap$

   (b) $S : \left]-\frac{5}{2}, 2\right[$

   (c)



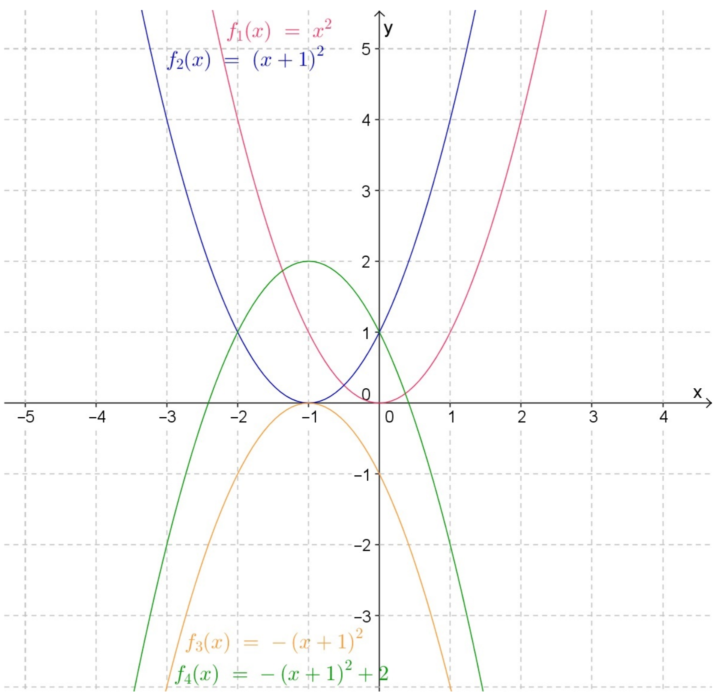
   (d) Voir graphique.

9. $m \in -\infty, -1[\, \cup \,]1, +\infty$

10. $m > 0$

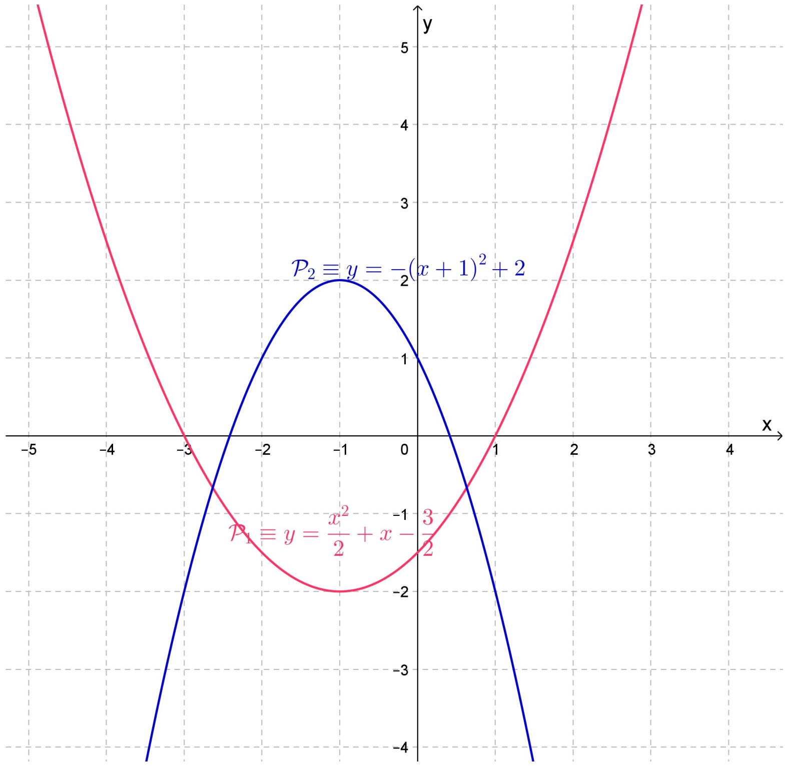
11. (a) $S : (-1, 2)$, $AS \equiv x = -1$, $\cap Ox : (1,0)$ et $(-3,0)$, $\cap Oy : \left(0, -\frac{3}{2}\right)$, $a > 0 : \cup$

    (b)



(c) $A : \left(\dfrac{-3-2\sqrt{6}}{3}, -\dfrac{2}{3}\right)$ et $B : \left(\dfrac{-3+2\sqrt{6}}{3}, -\dfrac{2}{3}\right)$

(d) $S : \left[\dfrac{-3-2\sqrt{6}}{3}, \dfrac{-3+2\sqrt{6}}{3}\right]$



12.

x		$-1-\sqrt{3}$		0		$-1+\sqrt{3}$		1		3	
$1-x$	+		+		+		+	0	-		-
x^2-3x	+		+	0	-		-		-	0	+
x^2+2x-2	+	0	-		-	0	+		+		+
$f(x)$	+	$\nexists$	-	0	+	$\nexists$	-	0	+	0	-

13. $y = -3x + 7$

14. (a) L'équation réduite est : $\dfrac{2x^2-2x-1}{x^2-4} \leq 0$

$S : \left]-2, \dfrac{1-\sqrt{3}}{2}\right] \cup \left[\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}, 2\right[$

(b) L'équation réduite est : $\dfrac{-(6x^2+3x)}{(x+2)(4x-1)} > 0$

$S : \left]-2, -\dfrac{1}{2}\right[\cup \left]0, \dfrac{1}{4}\right[$

(c) L'équation réduite est : $\dfrac{x^2+4x-1}{x^2-3x-4} < 0$

$S : \left]-2-\sqrt{5}, -1\right[\cup \left]-2+\sqrt{5}, 4\right[$

2

Trigonométrie

2.1 Exercices

1. Dans un cercle de 5 cm de rayon, placer les angles suivants et y lire une valeur approchée des nombres trigonométriques de ces angles

   (a) $a = 315°$
   (b) $a = -217°$
   (c) $a = 113°$
   (d) $a = 67,5°$
   (e) $a = -75°$
   (f) $a = 202,5°$

2. Calculer la valeur exacte des nombres trigonométriques de x si :

   (a) $\tan x = -\sqrt{6}$ et $x \in Q_{II}$;
   (b) $\cot x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et $x \in Q_{III}$;
   (c) $\cos x = -\dfrac{5}{6}$ et $x \in Q_{II}$

3. Simplifier les expressions suivantes

   (a) $(\cos x + 2\sin x)^2 + (2\cos x - \sin x)^2$
   (b) $\tan^2 a + \cot^2 a + 2 - \dfrac{1}{\sin^2 a \cos^2 a}$
   (c) $\sin^2 a \cos^2 b - \cos^2 a \sin^2 b - (\sin^2 a - \sin^2 b)$
   (d) $\sin^2 a \tan a + \cos^2 a \cot a + 2\sin a \cos a - (\tan a + \cot a)$

4. Calculer la valeur exacte des expressions suivantes et justifier les résultats obtenus :

   (a) $(1 + \sin 60° + \sin^2 30° + \sin^2 60° + \sin^4 45°)(\cos 30° - \sin 60°)$
   (b) $\dfrac{\tan 480° \sin 150°}{\cos 315° \cot 30°} + \dfrac{\cot(-240°)\cos 240°}{\sin 135° \tan(-330°)}$

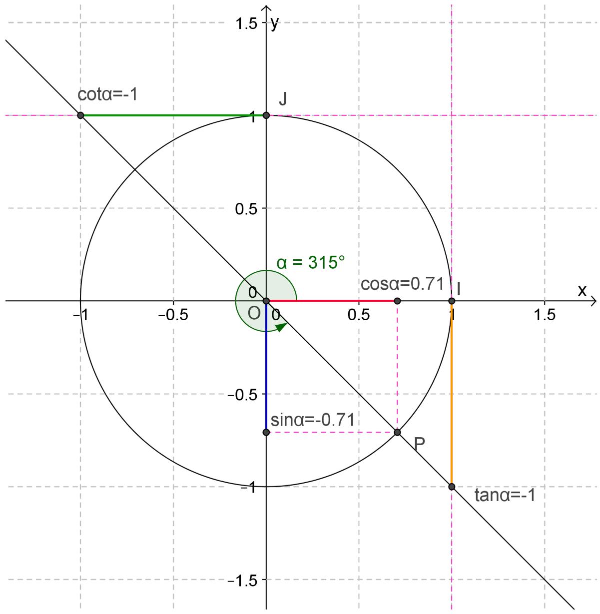
5. Simplifier les expressions suivantes et justifier les résultats obtenus :
   (a) $\cos(540° - x) + \cos(90° + x) + \sin(-270° - x)$
   (b) $\dfrac{\sin(270° - x)\tan(180° - x)}{\tan(-180° + x)\cos(180° - x)} + \dfrac{\cot(90° + x)\sin(x - 90°)}{\cos(x - 1260°)\tan(-x)}$
6. (a) Simplifier l'expression suivante et justifier les résultats obtenus :
   $$\frac{\sin(90° - x) - \tan(-180° - x)}{\tan(270° + x) - \sin(-x)}$$
   Si x est un angle du deuxième quadrant tel que $\tan x = -\frac{2}{3}$, calculer la valeur exacte de l'expression simplifiée.
   (b) Simplifier l'expression et justifier les résultats obtenus :
   $$\frac{\sin(90° - x)\tan(180° - x)}{\cos(90° + x)\cot(-540° - x)} + \frac{\sin(1620° - x)\cot(90° - x)}{\cot(x + 900°)\sin(270° - x)}$$
   et en donner la valeur exacte si $x = -210°$ et $x = 225°$.

2.2 Solutions

1.

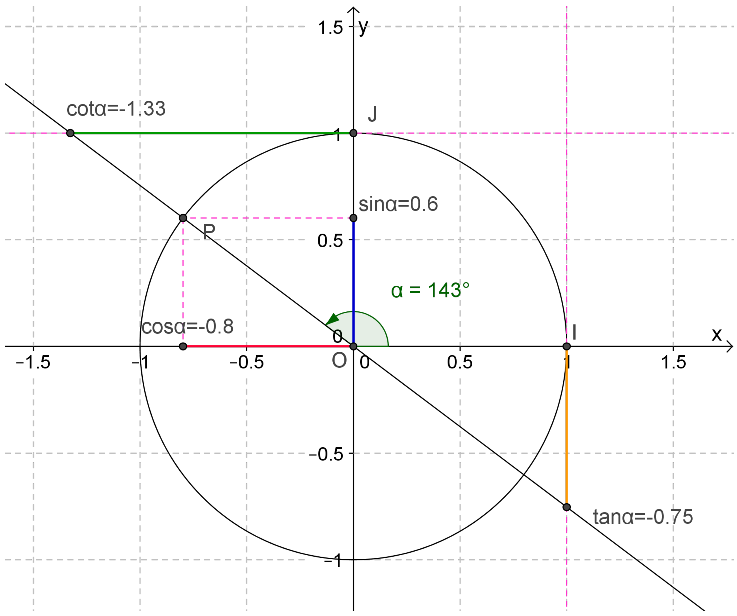
(a)

$\sin a \approx -0,708$	$\cos a \approx 0,709$	$\tan a \approx -1$	$\cot a \approx -1$



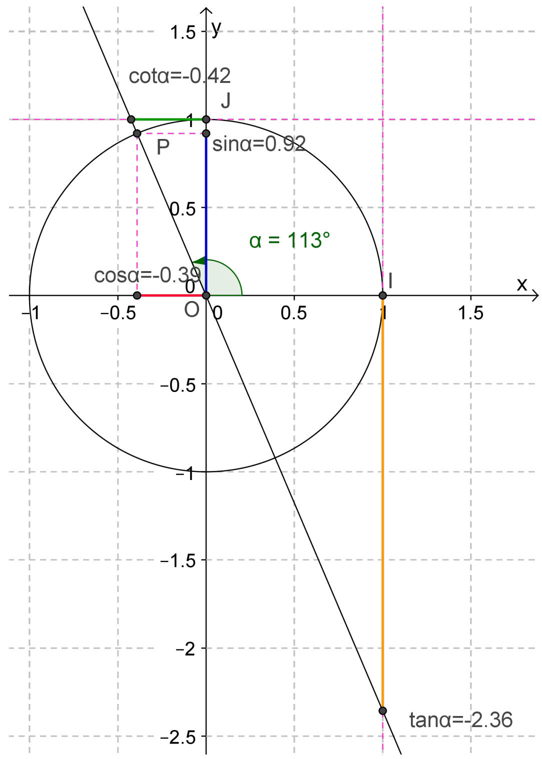
(b)

$\sin a \approx 0,602$	$\cos a \approx -0,798$	$\tan a \approx -0,754$	$\cot a \approx -1,328$



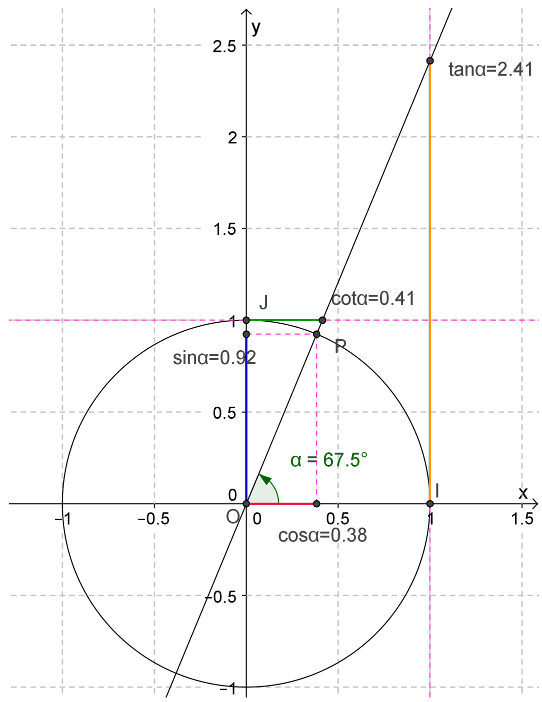
(c)

$\sin a \approx 0,92$	$\cos a \approx -0,39$	$\tan a \approx -2,356$	$\cot a \approx -0,424$



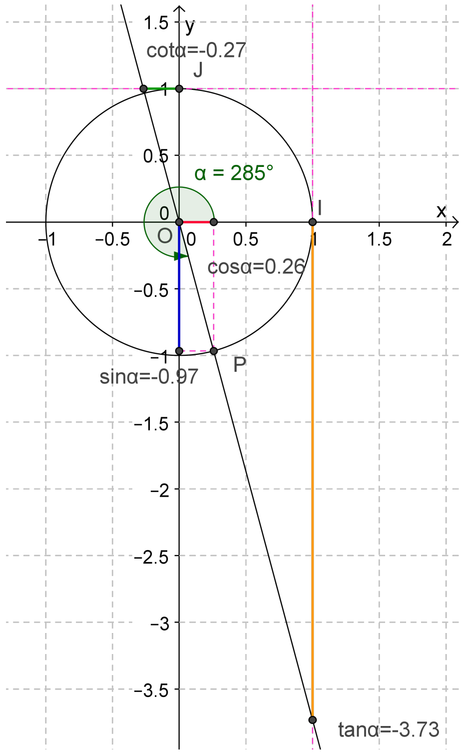
(d)

$\sin a \approx 0,924$	$\cos a \approx 0,382$	$\tan a \approx 2,414$	$\cot a \approx 0,414$



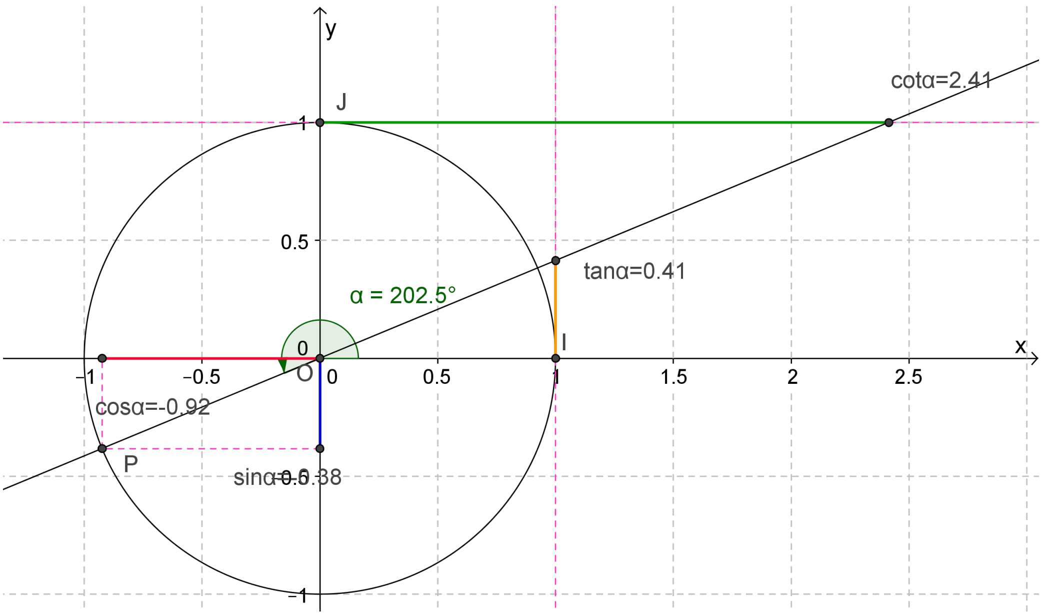
(e)

$\sin a \approx -0,966$	$\cos a \approx 0,258$	$\tan a \approx -3,372$	$\cot a \approx -0,268$



(f)

$\sin a \approx -0,382$	$\cos a \approx -0,924$	$\tan a \approx 0,414$	$\cot a \approx 2,414$



2. (a) $\sin x = \dfrac{\sqrt{42}}{7}$, $\cos x = -\dfrac{\sqrt{7}}{7}$, $\tan x = -\sqrt{6}$ et $\cot x = -\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

(b) $\sin x = -\dfrac{\sqrt{6}}{3}$, $\cos x = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\tan x = \sqrt{2}$ et $\cot x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(c) $\sin x = \dfrac{\sqrt{11}}{6}$, $\cos x = -\dfrac{5}{6}$, $\tan x = -\dfrac{\sqrt{11}}{5}$ et $\cot x = -\dfrac{5\sqrt{11}}{11}$

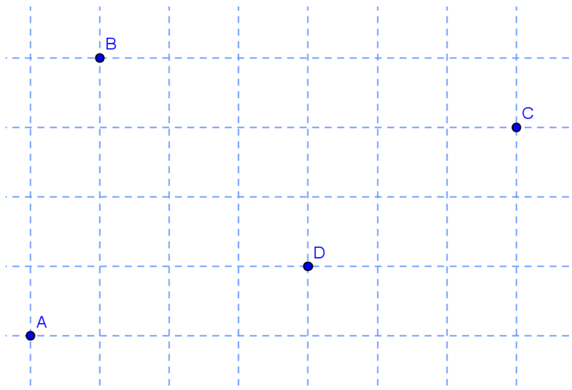
3. (a) Développer chaque membre.
   (b) Développer chaque membre.
   (c) Développer chaque membre.
   (d) Développer chaque membre.
4. (a) $\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=0$
   (b) $\frac{-\sqrt{3}\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{3}}+\frac{\frac{-\sqrt{3}}{3}.-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{3}}=0$
5. (a) $-\sin x$
   (b) 0
6. (a) $\frac{\cos x+\tan x}{-\cot x+\sin x}$.
   $\sin x=\frac{2\sqrt{13}}{13}$, $\cos x=-\frac{3\sqrt{13}}{13}$, $\tan x=-\frac{2}{3}$ et $\cot x=-\frac{3}{2}$ et
   $\frac{\cos x+\tan x}{-\cot x+\sin x}=-\frac{-38\sqrt{13}-84}{303}$
   (b) $\frac{\cos x(-\tan x)}{-\sin x(-\cot x)}+\frac{\sin x\tan x}{\cot x(-\cos x)}=-\frac{\sin x}{\cos^3 x}$
   Si $x=-210°$, l'expression vaut $\frac{4\sqrt{3}}{9}$
   Si $x=225°$, l'expression vaut -2.

3

Géométrie

3.1 Exercices

1. Soient les points A, B, C et D du plan représentés ci-dessus.



   (a) Déterminer graphiquement un représentant des vecteurs suivants :

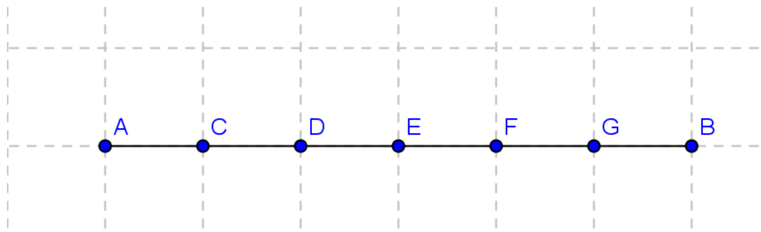
      i. $\frac{2}{3}\overrightarrow{DB}$

      ii. $\overrightarrow{CB} - 2\overrightarrow{AD}$

      iii. $-\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

   (b) Trouver le point X tel que $\overrightarrow{AX} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{XA} + \overrightarrow{CB}\right)$

2. Le segment $[AB]$ est divisé en 6 parties égales.



Compléter les relations suivantes :

(a) par la lettre qui convient :

i. $\overrightarrow{E...} = -2\overrightarrow{EF}$
ii. $\overrightarrow{C...} + \overrightarrow{G...} = \overrightarrow{0}$
iii. $\overrightarrow{AB} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{A...}$

(b) par le nombre qui convient :

i. $\overrightarrow{CE} = ...\overrightarrow{AB}$
ii. $\overrightarrow{AD} = ...\overrightarrow{BF}$
iii. $\overrightarrow{DE} = ...\overrightarrow{BF}$

3. Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre I.
Compléter les relations suivantes (il ***faut*** rajouter des points pour construire ces figures) :

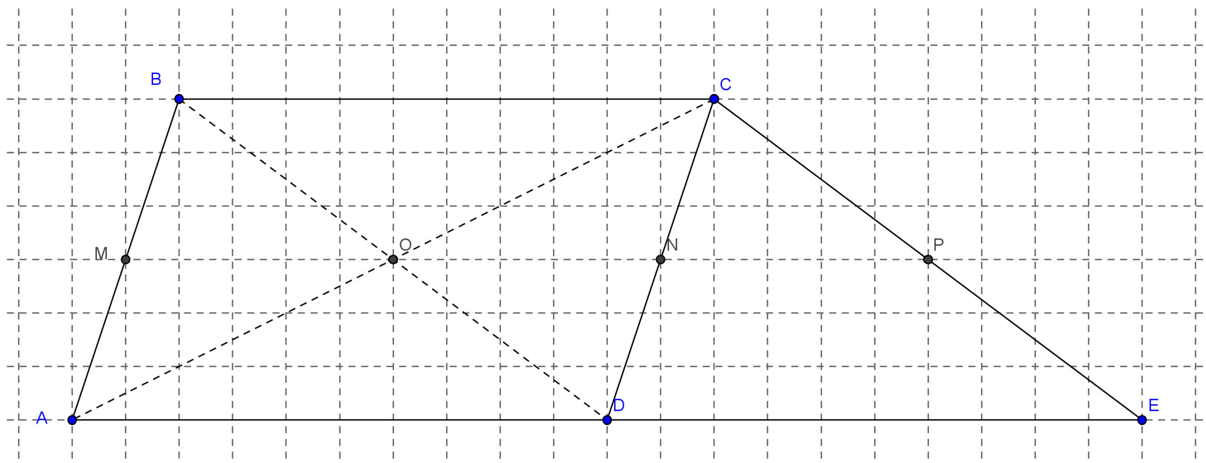
(a) par la lettre qui convient :

i. $\overrightarrow{A...} = -2\overrightarrow{AI}$
ii. $\overrightarrow{C...} + \overrightarrow{B...} = \overrightarrow{0}$
iii. $\overrightarrow{CI} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{B...}$

(b) par le nombre qui convient :

i. $\overrightarrow{CD} = ...\overrightarrow{AB}$
ii. $\overrightarrow{AI} = ...\overrightarrow{CA}$
iii. $\overrightarrow{BD} = ...\overrightarrow{DI}$

4. $ABCD$ et $BCED$ sont deux parallélogrammes. M, N et P sont les milieux respectifs de $[AB]$, $[CD]$ et $[CE]$.

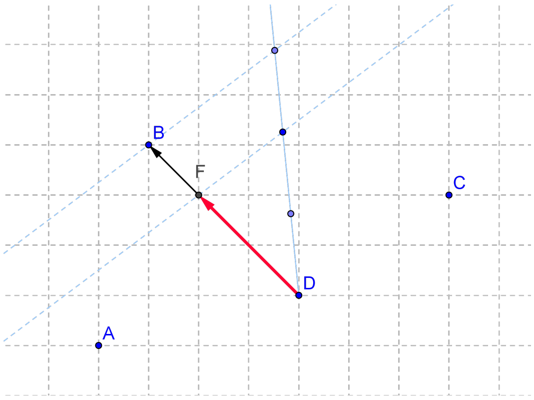


   (a) Citer deux représentants du vecteur $\overrightarrow{ND}$
   (b) Compléter les égalités suivantes :
      i. $\overrightarrow{AO} = ...\overrightarrow{CO}$
      ii. $\overrightarrow{EP} = ...\overrightarrow{DB}$
      iii. $.... + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BD}$
      iv. $\overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = ...$

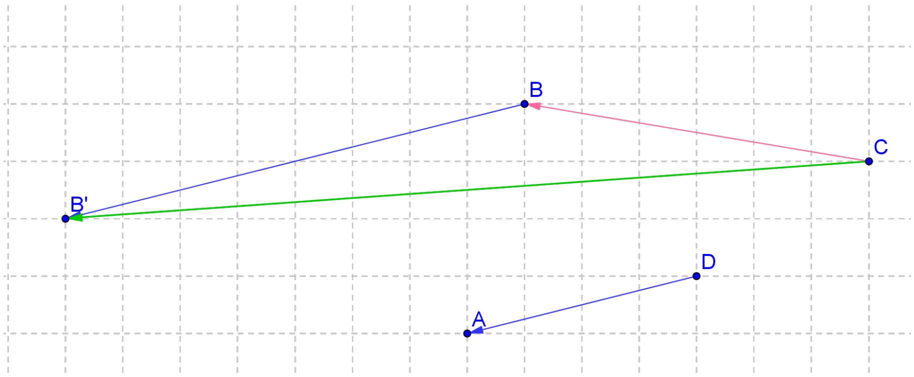
5. On donne les points M(-1,3), N(8,-4) et X(5,a) où a est un réel. Comment choisir a pour que les points M, N et X soient alignés ?
6. Soient les points A(7,2), B(3,-3), C(0,2) et D(8,y).
   (a) Déterminer y pour que D soit situé sur la parallèle à (AB) passant par C.
   (b) Déterminer les coordonnées de E pour que $AEBC$ soit un parallélogramme ;
7. Dans le plan muni d'un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, on considère quatre points A(-1,2), B(1,-1), C(2,4) et D(6,-2).
   (a) Faire une figure.
   (b) Montrer que $ABDC$ est un trapèze et non un parallélogramme.
   (c) Soit I le milieu de $[AC]$ et J le milieu de $[BD]$. Démontrer que la droite (IJ) est parallèle à la droite (AB).
   (d) Soit K le milieu de $[BC]$ et L le point tel que $2\overrightarrow{AL} = \overrightarrow{AD}$. Monter que les points I, J, K et L sont alignés.
8. Dans un repère orthonormé on donne les points $A(-5,2)$ et $B(4,-3)$. Déterminer l'équation de la médiatrice de $[AB]$.
9. On donne les points $A(-1,2)$, $B(3,4)$ et $C(1,-3)$.
   (a) Déterminer les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC ;
   (b) Ecrire l'équation de la droite parallèle à Oy passant par B ;
   (c) Déterminer la longueur de la hauteur relative à C ;
   (d) Déterminer l'angle entre BC et Ox ;
   (e) Déterminer le rayon du cercle circonscrit au triangle AGC.

3.2 Solutions

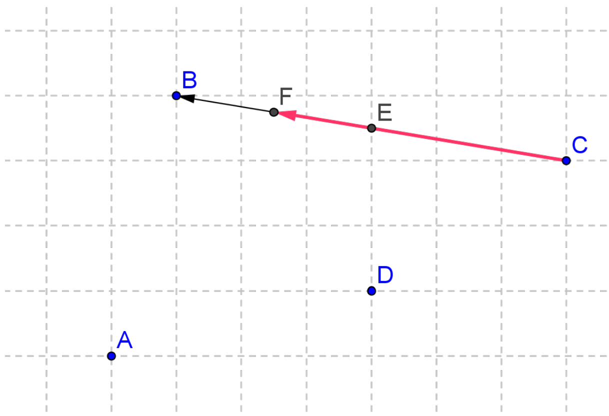
1. (a) i.



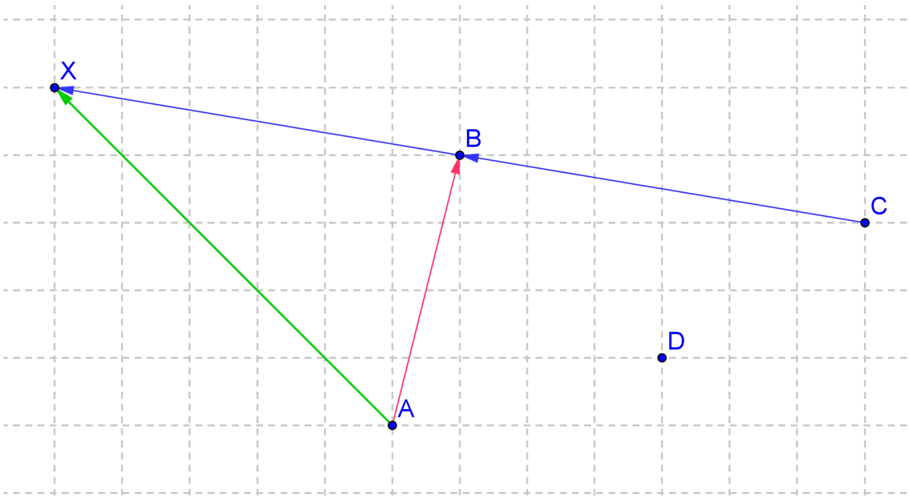
ii.



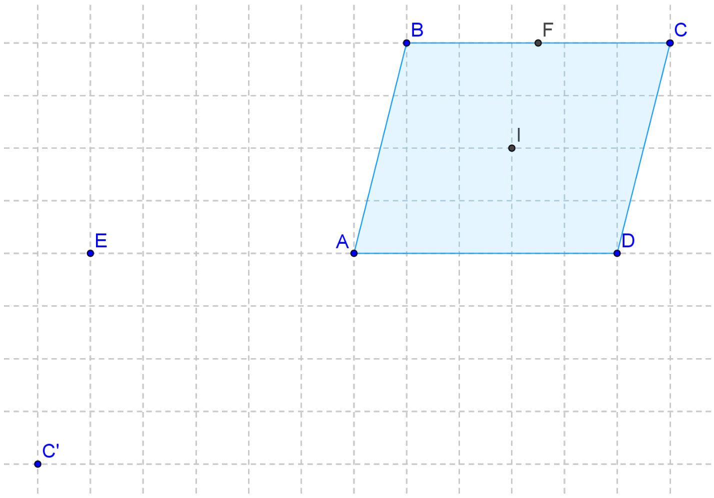
iii.



(b) Après simplification $\overrightarrow{AX} = \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}\right)$

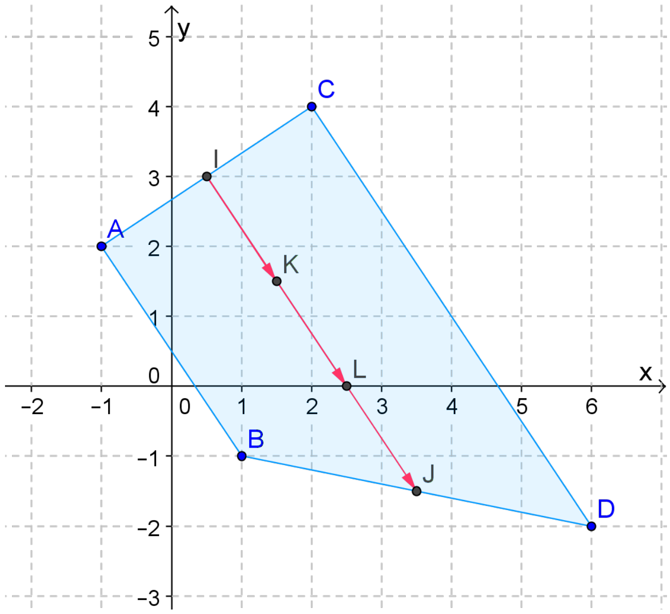


2. (a) i. $\overrightarrow{EC} = -2\overrightarrow{EF}$
   ii. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{0}$
   iii. $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AF}$
   (b) i. $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$
   ii. $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BF}$
   iii. $\overrightarrow{DE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BF}$
3.



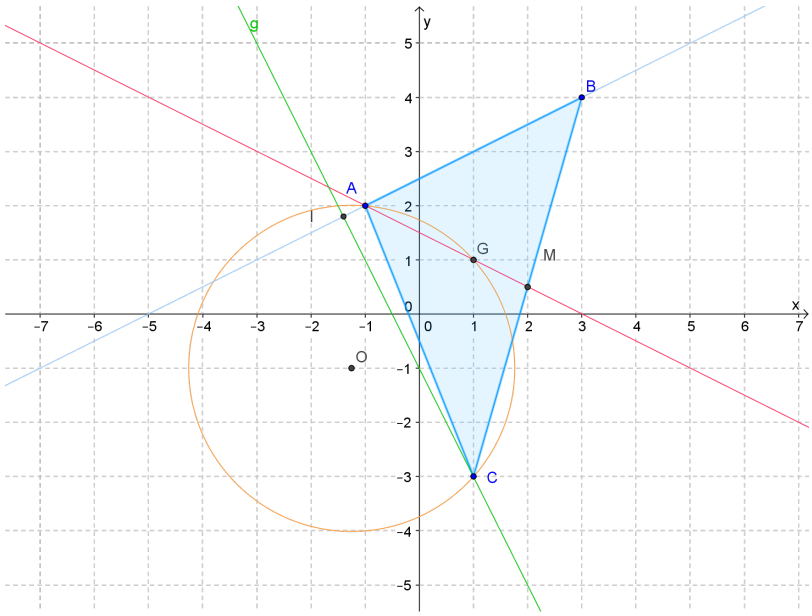
(a) i. $\overrightarrow{AC'} = -2\overrightarrow{AI}$
   ii. $\overrightarrow{CF} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{0}$
   iii. $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BE}$
(b) i. $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{AB}$
   ii. $\overrightarrow{AI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$
   iii. $\overrightarrow{BD} = -2\overrightarrow{DI}$

4. (a) $\overrightarrow{ND} = \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CN}$
   (b) i. $\overrightarrow{AO} = -\overrightarrow{CO}$
      ii. $\overrightarrow{EP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$
      iii. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BD}$
      iv. $\overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AO}$
5. $a = -\frac{5}{3}$
6. (a) $y = 12$
   (b) $E : (10, -3)$
7. (a)



   (b) $\overrightarrow{AB} : (2, -3)$, $\overrightarrow{BD} : (5, -1)$, $\overrightarrow{CD} : (4, -6)$ et $\overrightarrow{AC} : (3, 2)$. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont proportionnels et pas les autres vecteurs.
   (c) $I : \left(\frac{1}{2}, 3\right)$, $J : \left(\frac{7}{2}, -\frac{3}{2}\right)$, $\overrightarrow{IJ} : \left(3, -\frac{9}{2}\right)$ et $\overrightarrow{AB} : (2, -3)$ dont les composantes sont proportionnelles ;
   (d) $K : \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ et $K : \left(\frac{5}{2}, 0\right)$. $\overrightarrow{IJ} : \left(3, -\frac{9}{2}\right)$, $\overrightarrow{IK} : \left(1, -\frac{3}{2}\right)$ et $\overrightarrow{IL} : (2, -3)$ dont les composantes sont proportionnelles.
8. $m_{[AB]} \equiv -9x + 5y - 2 = 0.$

9.



(a) $G : (1, 1)$;

(b) $m_A \equiv x + 2y - 3 = 0$

(c) $x = 3$;

(d) $d(I, C) = \dfrac{12\sqrt{5}}{5}$;

(e) $\alpha \approx 74,05°$;

(f) $O : \left(-\dfrac{5}{4}, -1\right)$ et $r = d(O, G) = \dfrac{\sqrt{145}}{4}$