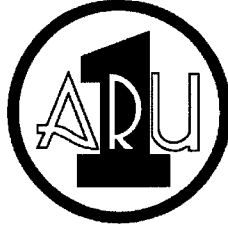


Royaume de Belgique
Fédération Wallonie Bruxelles



Athénée Royal d'Uccle 1
87 avenue Houzeau, 1180 Uccle

Athénée Royal d'Uccle 1

Cours de Mathématique 4^{ème} année RÉVISION DE DÉCEMBRE

Chapitre 1

Algèbre

1. Factoriser les expressions suivantes :

(a) $x^3 + 9x^2 + 11x - 21$

$$P(1) = 0 \quad \rightarrow P(x) = (x-1)(x^2 + 10x + 21)$$

$$P(-3) = 0 \quad \rightarrow P(x) = (x-1)(x+3)(x+7)$$

(b) $x^3 + 3x^2 - 4$

$$P(1) = 0 \quad \Rightarrow P(x) = (x-1)(x^2 + 4x + 4) \\ = (x-1)(x+2)^2$$

(c) $x^9 - 8x^6 - x^3 + 8$

$$\begin{aligned} P(x) &= x^6(x^3 - 8) - (x^3 - 8) \\ &= (x^3 - 8)(x^6 - 1) \\ &= (x-2)(x^2 + 2x + 4)(x^3 - 1)(x^3 + 1) \\ &= (x-2)(x^2 + 2x + 4)(x-1)(x^2 + x + 1)(x+1) \dots \\ &\quad \dots (x^2 - x + 1) \end{aligned}$$

7. Résoudre dans $\mathbb{R}$

$$(a) \frac{1}{3}(-x - 2) + x + 10 = \frac{1}{6}(8 - 2x) + \frac{5}{3}$$

$$-\cancel{\frac{1}{3}x} - \frac{2}{3} + x + 10 = \frac{4}{3} - \cancel{\frac{1}{3}x} + \frac{5}{3}$$

$$x = \frac{4}{3} - 10 + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{19}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{19}{3} \right\}$$

$$(b) \frac{7-2x}{3-4x} + \frac{1-x}{2x+3} = 0$$

$$\underline{CE} \quad x \neq \frac{3}{4}, \quad x \neq -\frac{3}{2}$$

$$(7-2x)(2x+3) + (1-x)(3-4x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -4x^2 + 8x + 21 + (-4x^2 - 7x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -3 - 21$$

$$\Leftrightarrow x = -24$$

$$S: \{-24\}$$

$$(c) \frac{2-3x}{x-3} + \frac{7x-9}{7x-4} = -2$$

$$\underline{\text{CE}} : x \neq 3, x \neq \frac{4}{7}$$

$$\Leftrightarrow (2-3x)(7x-4) + (7x-9)(x-3) = \dots$$
$$-2(x-3)(7x-4)$$

$$\Leftrightarrow -21x^2 + 26x - 8 + 7x^2 - 30x + 27 = \dots$$
$$-2(7x^2 - 25x + 12)$$

$$\Leftrightarrow -\cancel{14}x^2 - 4x + 19 = -\cancel{14}x^2 + 50x - 24$$

$$\Leftrightarrow 43 = 54x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{43}{54}$$

$$S : \left\{ \frac{43}{54} \right\}$$

$$(d) \frac{1}{x-2} - \frac{2x}{4-x^2} = \frac{1}{x+2} - 1$$

$$\text{CE : } x \neq \pm 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2 + 2x}{x^2-4} = \frac{x-2 - (x^2-4)}{x^2-4}$$

$$\Leftrightarrow 3x+2 = -x^2+x+2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+2) = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases} \quad (\text{A.R.})$$

$$S: \{0\}$$

(e) $2x + 3 > -5x + 2$

$$7x > -1$$

$$x > -\frac{1}{7}$$

$$S:]-\frac{1}{7}, +\infty$$

$$(f) \frac{3x-6}{5} < \frac{5-2x}{3} + \frac{3+x}{2}$$

$$6(3x-6) < 5[2(5-2x) + 3(3+x)]$$

$$18x - 36 < 5(19 - x)$$

$$23x < 131$$

$$x < \frac{131}{23}$$

$$S: -\infty, \frac{131}{23} [$$

$$(g) \frac{2x+1}{3} + \frac{1-x}{4} \geq \frac{2-x}{6} - \frac{5x+3}{2}$$

$$4(2x+1) + 3(1-x) \geq 4 - 2x - 6(5x+3)$$

$$8x + 4 - 3x + 3 \geq 4 - 2x - 30x - 18$$

$$37x \geq -21$$

$$x \geq -\frac{21}{37}$$

$$S: \left[-\frac{21}{37}, +\infty \right)$$

9. Résoudre dans $\mathbb{R}$

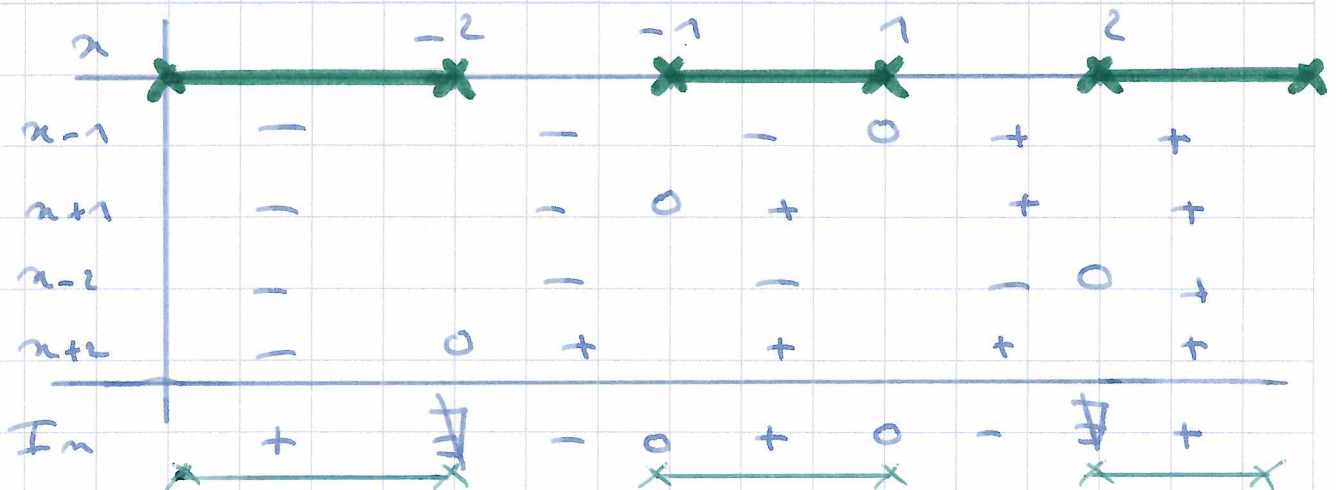
(a) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} > -\frac{4}{3}$

$$\frac{3(x+2) - 3(x-2) + 4(x^2-4)}{3(x-2)(x+2)} > 0$$

$$\frac{\cancel{3x} + 6 - \cancel{3x} + 6 + 4x^2 - 16}{3(x-2)(x+2)} > 0$$

$$\frac{4x^2 - 4}{3(x-2)(x+2)} > 0$$

$$\frac{4(x-1)(x+1)}{3(x-2)(x+2)} > 0$$



$$S: -\infty, -2[\cup] -1, 1[\cup] 2, +\infty$$

$$(b) \frac{7}{x+5} + 1 \leq \frac{18}{x+7}$$

$$\frac{7(x+7) + (x+5)(x+7) - 18(x+5)}{(x+5)(x+7)} \leq 0$$

$$\frac{7x + 49 + x^2 + 12x + 35 - 18x - 90}{(x+5)(x+7)} \leq 0$$

$$\frac{x^2 + x - 6}{(x+5)(x+7)} \leq 0$$

Factorisation du numérateur

Monna : div 6 : $\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$

$$P(x) = x^2 + x - 6$$

1	1	-6
2	2	6
1	3	0

L'inéquation devient $\frac{(x-2)(x+3)}{(x+5)(x+7)} \leq 0$

x		-7		-5		-3		2	
$x-2$	-	-	-	-	-	-	0	+	
$x+3$	-	-	-	-	0	+	+	+	
$x+5$	-	-	0	+	+	+	+	+	
$x+7$	-	0	+	+	+	+	+	+	
I_n	+	+	-	+	+	0	-	0	+

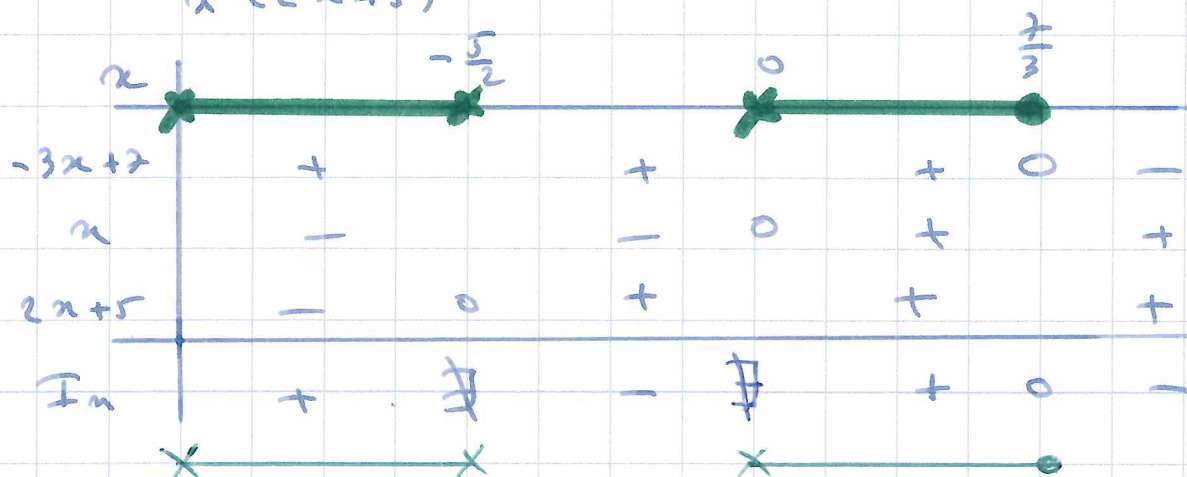
$$S:]-7, -5[\cup [3, 2]$$

$$(c) \frac{7}{x} - \frac{29}{2x+5} \geq 0$$

$$\frac{7(2x+5) - 29x}{x(2x+5)} \geq 0$$

$$\frac{-15x + 35}{x(2x+5)} \geq 0$$

$$\frac{5(-3x+7)}{x(2x+5)} \geq 0$$



$$S: -\infty, -\frac{5}{2} [\cup] 0, \frac{7}{3}]$$

$$(d) \frac{2x+1}{x^2-3x} - \frac{2x+3}{x^2+3x} < \frac{19}{x^2-9}$$

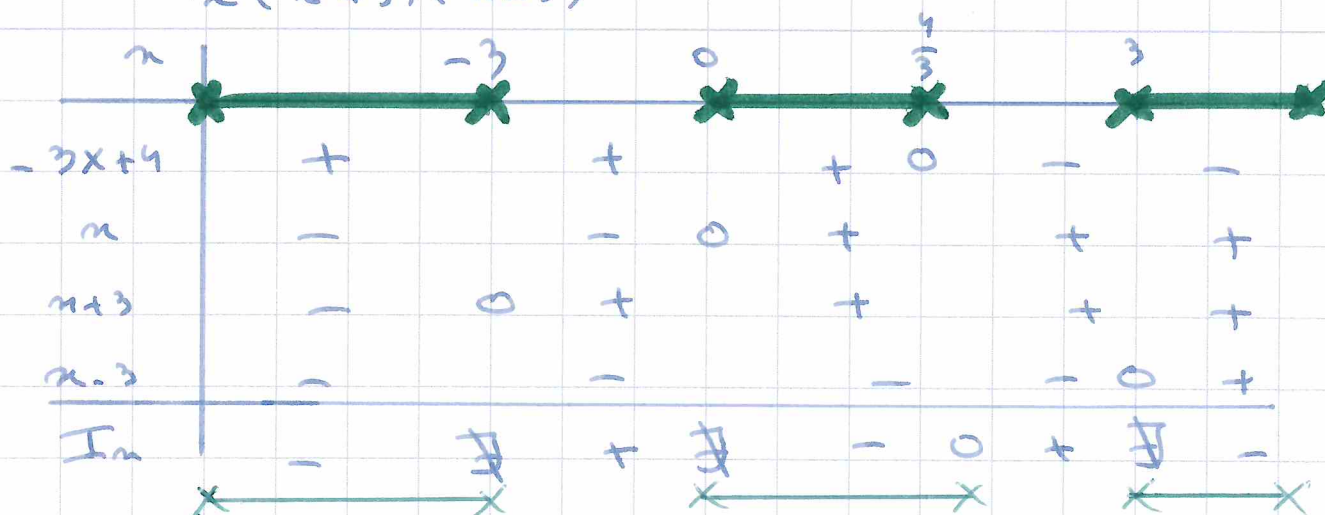
$$\frac{(2x+1)(x+3) - (2x+3)(x-3) - 19x}{x(x-3)(x+3)} < 0$$

$$\frac{\cancel{2x^2} + 7x + 3 - (\cancel{2x^2} - 3x - 9) - 19x}{x(x-3)(x+3)} < 0$$

$$\frac{7x + 3 + 3x + 9 - 19x}{x(x+3)(x-3)} < 0$$

$$\frac{-9x + 12}{x(x+3)(x-3)} < 0$$

$$\frac{3(-3x+4)}{x(x+3)(x-3)} < 0$$



$$S: -\infty, -3[\cup]0, \frac{4}{3}[\cup]3, +\infty$$

$$(e) \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1} > \frac{2x+4}{x^2-1}$$

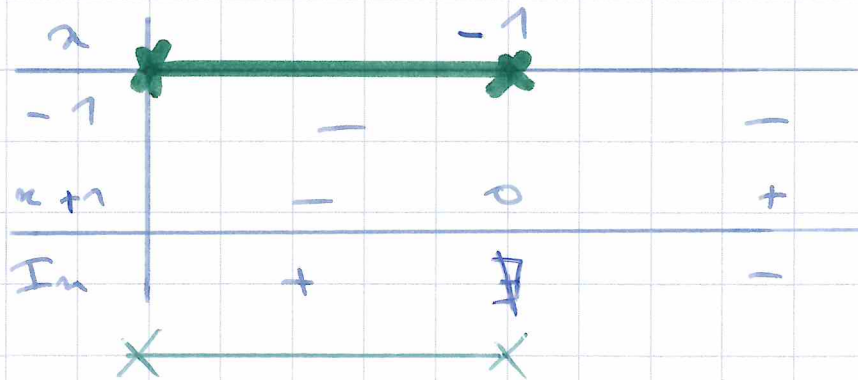
$$\frac{3(x+1) - 2(x-1) - (2x+4)}{(x-1)(x+1)} > 0$$

$$\frac{3x+3-2x+2-2x-4}{D} > 0$$

$$\frac{-x+1}{(x-1)(x+1)} > 0$$

$$\frac{-(x-1)}{(x-1)(x+1)} > 0 \quad \underline{CE} : x \neq 1$$

$$-\frac{1}{x+1} > 0$$



$$S: -\infty, -1[$$

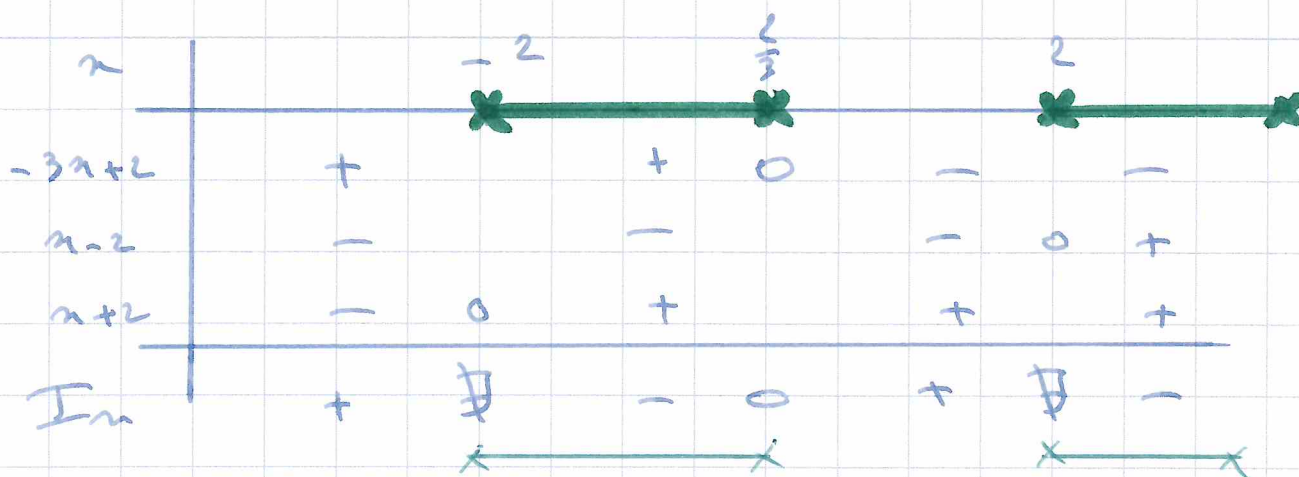
$$(f) \frac{3}{x-2} < \frac{2}{x+2} + \frac{7x+6}{x^2-4}$$

$$\frac{3(x+2) - 2(x-2) - (7x+6)}{(x-2)(x+2)} < 0$$

$$\frac{3x+6 - 2x+4 - 7x-6}{D} < 0$$

$$\frac{-6x+4}{D} < 0$$

$$\frac{2(-3x+2)}{(x-2)(x+2)} < 0$$



$$S:]-2, \frac{2}{3}[\cup]2, +\infty[$$

$$(g) \frac{1+4x}{1-4x} \geq \frac{3+16x^2}{1-16x^2}$$

$$\frac{(1+4x)^2 - (3+16x^2)}{(1-4x)(1+4x)} \geq 0$$

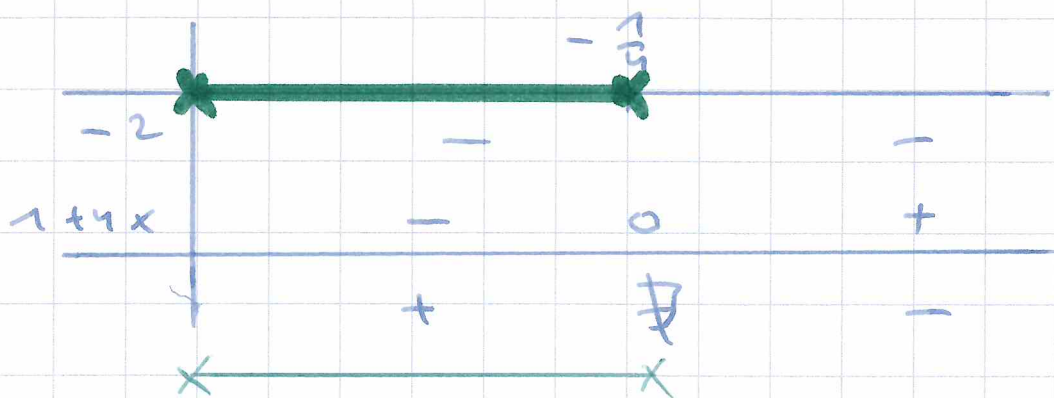
$$\frac{16x^2 + 8x + 1 - 16x^2 - 3}{D} \geq 0$$

$$\frac{8x - 2}{D} \geq 0$$

$$\frac{2(4x - 1)}{D} \geq 0$$

$$\frac{-2(\cancel{1-4x})}{(\cancel{1-4x})(1+4x)} \geq 0$$

$$\text{cc } x \neq \frac{1}{4}$$

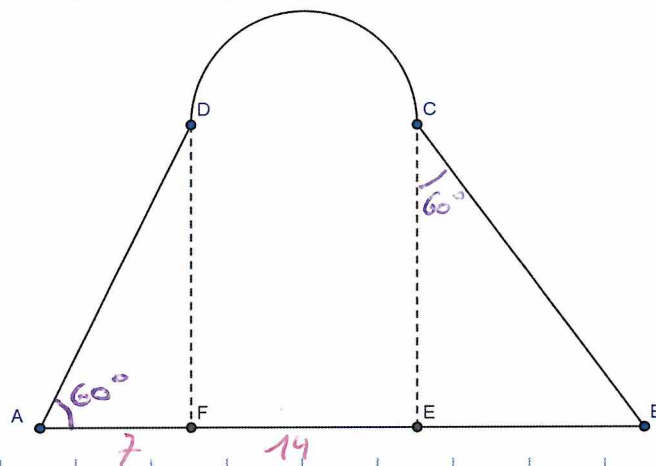


$$S: -\infty, -\frac{1}{4} [$$

Chapitre 2

Trigonométrie

1. Calculer l'aire de la figure ci-dessous.



Dans cette figure :

- $\hat{DAF} = \hat{ECB} = 60^\circ$
- L'arc de cercle CD a un rayon de 7cm
- $AF = 7\text{cm}$

$$\bullet DF = h_r = 7 \cdot \tan 60^\circ = 7 \cdot \sqrt{3}$$

$$\bullet EB = EC \cdot \tan 60^\circ = 21$$

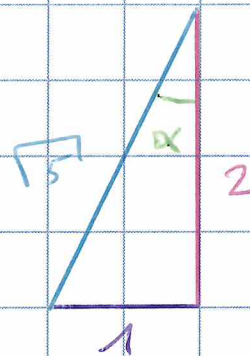
$$\begin{aligned} A &= A_{ABCD} + A_{\widehat{CD}} = \frac{(7 + 14 + 21) \cdot 2}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot 7^2 \\ &= 28 \cdot \sqrt{3} + \frac{\pi}{2} \cdot 49 \\ &= \frac{392\sqrt{3} + 49\pi}{2} \approx 416,45 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

3. Sans utiliser de calculatrice ni de rapporteur, dessiner un angle dont le cosinus vaut $\frac{2}{\sqrt{5}}$.
Expliquer clairement les construction.

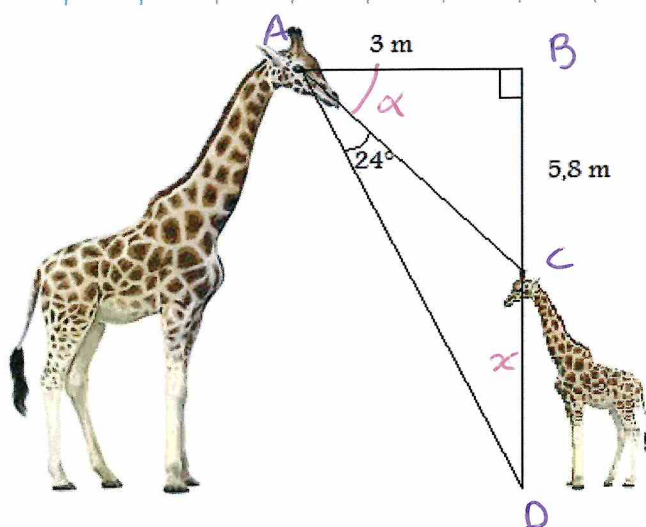
$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

→ côté adjoint

→ hypoténuse



6. Maman girafe mesure 5 m 80. Placée à 3 m de son petit, elle le voit sous un angle de 24° .
Quelle est la taille du petit ?



$$AB = 3 \text{ m}$$

$$BD = 5,8 \text{ m}$$

$$CD = x$$

$$\bullet \tan(\alpha + 24^\circ) = \frac{5,8}{3} \quad (\triangle ABD)$$

$$\Rightarrow \alpha + 24^\circ = \tan^{-1}\left(\frac{5,8}{3}\right) \approx 62,65^\circ$$

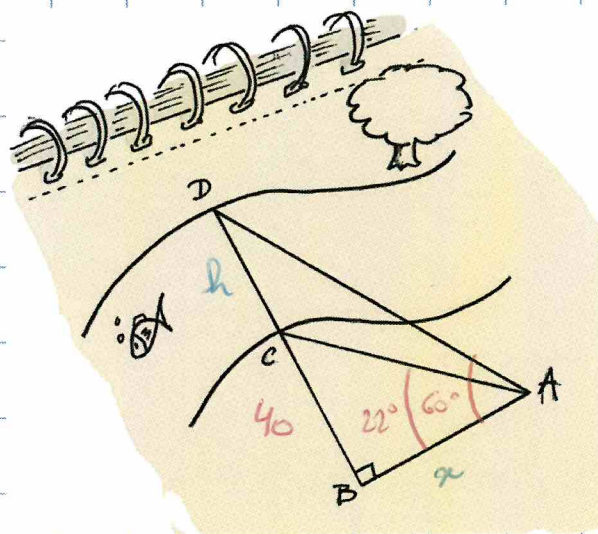
$$\Rightarrow \alpha \approx 38,65^\circ$$

$$\bullet \tan \alpha = \frac{5,8 - x}{3} \quad (\triangle ABC)$$

$$\Rightarrow x = 5,8 - 3 \tan \alpha$$

$$\Rightarrow x \approx 3,4 \text{ m}$$

7. Monsieur Schmitt, géomètre, doit déterminer la largeur d'une rivière. Voici le croquis qu'il a réalisé :



$BC = 40$ m, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{BAC} = 22^\circ$ et $\widehat{ABD} = 90^\circ$.
Calculer la largeur de la rivière à un mètre.

$$\tan 22^\circ = \frac{40}{x} \quad (\Rightarrow) \quad x \approx 99 \text{ m}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{h + 40}{x} \quad \Rightarrow \quad h = x \tan 60^\circ - 40 \approx 131,5 \text{ m}$$