

## *Problème de trigonométrie : Résolution type d'un système*

Soit à résoudre le système

$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{h}{d} \\ \tan \beta = \frac{h}{d+a} \end{cases}$$

dans laquelle les deux inconnues sont  $h$  et  $d$  ( $a$  est connu)

1. On isole  $h$  de la première équation :

$$\begin{cases} d \tan \alpha = h \\ \tan \beta = \frac{h}{d+a} \end{cases}$$

2. On remplace la valeur trouvée pour  $h$  dans la deuxième équation :

$$\begin{cases} d \tan \alpha = h \\ \tan \beta = \frac{d \tan \alpha}{d+a} \end{cases}$$

3. On va transformer la deuxième équation pour isoler l'inconnue  $d$  :

$$\begin{cases} d \tan \alpha = h \\ (d+a) \tan \beta = d \tan \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d \tan \alpha = h \\ d \tan \beta + a \tan \beta = d \tan \alpha \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d \tan \alpha = h \\ a \tan \beta = d \tan \alpha - d \tan \beta \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d \tan \alpha = h \\ a \tan \beta = d(\tan \alpha - \tan \beta) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d \tan \alpha = h \\ a \frac{\tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta} = d \end{cases}$$

La dernière équation du dernier système permet de calculer  $d$ .

4. On remplace la valeur trouvée pour  $d$  dans la première équation, ce qui permet de calculer  $h$  :

$$\begin{cases} a \frac{\tan \alpha \tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta} = h \\ a \frac{\tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta} = d \end{cases}$$

Les valeurs cherchées pour les inconnues sont donc :

$$\begin{cases} h = a \frac{\tan \alpha \tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta} \\ d = a \frac{\tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta} \end{cases}$$