Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°..... - Solutions

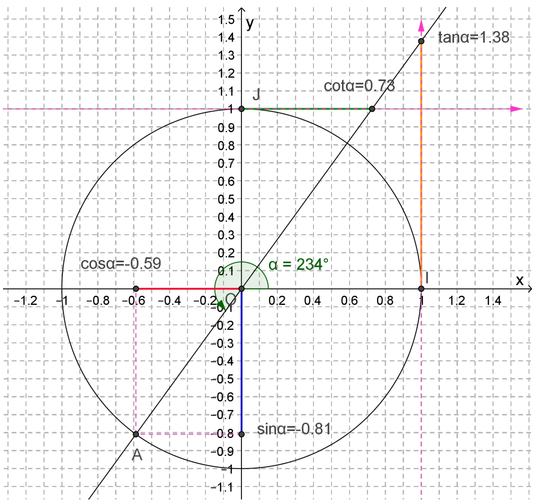
Cercle trigonométrique

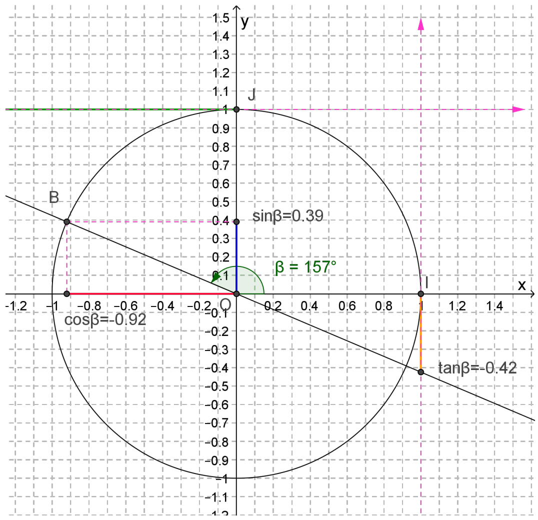
Série A

Le Pair - Impair Classe: 4...

.../5 1. Dans un cercle de 5cm de rayon :

(a) Placer les points A et B images des angles $\alpha = 234°$ et $\beta = -203°$





(b) Lire sur le cercle une valeur approchée de $\sin\alpha$, $\cot\alpha$, $\cos\beta$ et $\tan\beta$

$\sin\alpha \approx -0.8$, $\cot\alpha \approx 0.7$, $\cos\beta \approx -0.9$ et $\tan\beta \approx -0.4$

.../5 2. On donne $\tan x = -\dfrac{5}{4}$ et $x \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$. Déterminer la valeur exacte des nombres trigonométriques de x.

On a $\cot x = -\dfrac{4}{5}$. En utilisant la relation $1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$, on trouve $\cos x = -\dfrac{4\sqrt{41}}{41}$ et $\sin x = \dfrac{5\sqrt{41}}{41}$

.../5 3. On donne $x = \dfrac{\cos u}{\cos v}$, $y = \dfrac{\sin u}{\cos v}$ et $z = \tan v$. Calculer $x^2 + y^2 - z^2$.

$$x^2 + y^2 - z^2 = \frac{\cos^2 u}{\cos^2 v} + \frac{\sin^2 u}{\cos^2 v} - \frac{\sin^2 v}{\cos^2 v}$$

$$= \frac{\cos^2 u + \sin^2 u - \sin^2 v}{\cos^2 v} = \frac{1 - \sin^2 v}{\cos^2 v} = \frac{\cos^2 v}{\cos^2 v} = 1$$

.../5 4. Simplifier l'expression

$$\frac{\cos^3 x + \sin^3 x}{\cos x + \sin x} + \frac{\cos^3 x - \sin^3 x}{\cos x - \sin x}$$

En appliquant les formules des produits remarquables du 3ème degré, on a :

$$\frac{\cos^3 x + \sin^3 x}{\cos x + \sin x} + \frac{\cos^3 x - \sin^3 x}{\cos x - \sin x}$$
$$= \frac{(\cos x + \sin x)(\cos^2 x - \cos x \sin x + \sin^2 x)}{\cos x + \sin x} + \frac{(\cos x - \sin x)(\cos^2 x + \cos x \sin x + \sin^2 x)}{\cos x - \sin x}$$
$$= \cos^2 x - \cos x \sin x + \sin^2 x + \cos^2 x + \cos x \sin x + \sin^2 x$$
$$= 2$$

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°..... - Solutions

Cercle trigonométrique

Série B

Le Pair - Impair — Classe: 4...

.../5 1. On donne $x = \dfrac{\cos u}{\cos v}$, $y = \dfrac{\sin u}{\cos v}$ et $z = \tan v$. Calculer $x^2 + y^2 - z^2$.

$$x^2 + y^2 - z^2 = \frac{\cos^2 u}{\cos^2 v} + \frac{\sin^2 u}{\cos^2 v} - \frac{\sin^2 v}{\cos^2 v}$$
$$= \frac{\cos^2 u + \sin^2 u - \sin^2 v}{\cos^2 v} = \frac{1 - \sin^2 v}{\cos^2 v} = \frac{\cos^2 v}{\cos^2 v} = 1$$

.../5 2. Simplifier l'expression

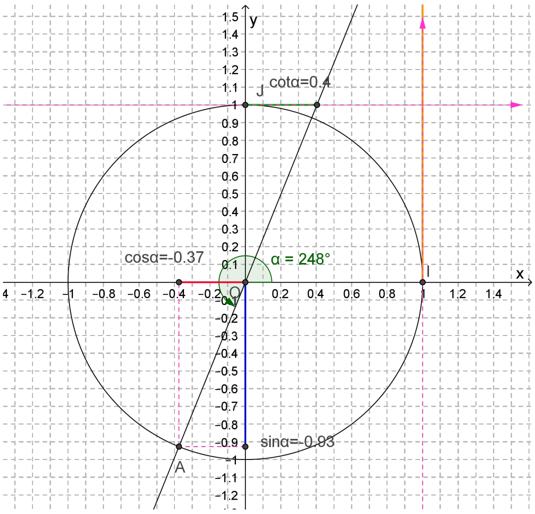
$$\frac{\cos^3 x - \sin^3 x}{\cos x - \sin x} + \frac{\cos^3 x + \sin^3 x}{\cos x + \sin x}$$

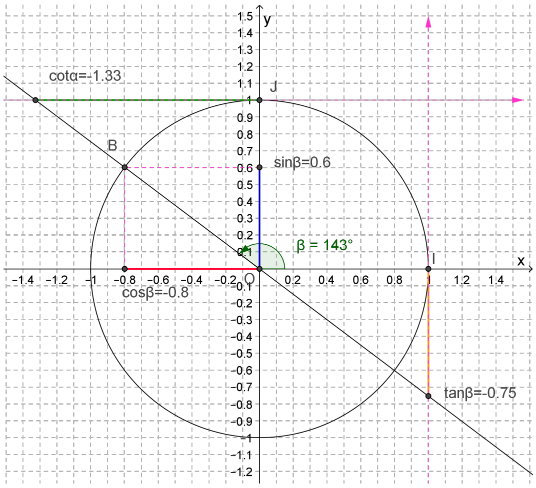
En appliquant les formules des produits remarquables du 3$^{\text{ème}}$ degré, on a :

$$\frac{\cos^3 x - \sin^3 x}{\cos x - \sin x} + \frac{\cos^3 x + \sin^3 x}{\cos x + \sin x}$$
$$= \frac{(\cos x - \sin x)(\cos^2 x + \cos x \sin x + \sin^2 x)}{\cos x - \sin x} + \frac{(\cos x + \sin x)(\cos^2 x - \cos x \sin x + \sin^2 x)}{\cos x + \sin x}$$
$$= \cos^2 x + \cos x \sin x + \sin^2 x + \cos^2 x - \cos x \sin x + \sin^2 x$$
$$= 2$$

.../5 3. Dans un cercle de 5cm de rayon :

(a) Placer les points A et B images des angles $\alpha = \dfrac{11\pi}{8}$ et $\beta = 143°$





(b) Lire sur le cercle une valeur approchée de $\sin\alpha$, $\cot\alpha$, $\cos\beta$ et $\tan\beta$

$\sin\alpha \approx -0.9$, $\cot\alpha \approx 0.4$, $\cos\beta \approx -0.8$ et $\tan\beta \approx -0.75$

.../5 4. On donne $\cot x = -\dfrac{4}{5}$ et $x \in \left]\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right[$. Déterminer la valeur exacte des nombres trigonométriques de x.

On a $\tan x = -\dfrac{5}{4}$. En utilisant la relation $1 + \cot^2 x = \dfrac{1}{\sin^2 x}$, on trouve $\sin x = -\dfrac{5\sqrt{41}}{41}$ et $\cos x = \dfrac{4\sqrt{41}}{41}$