Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°11 - Solutions

Le second degré

Le 22 juin 2025 — Classe: 4F

.../5 1. Simplifier, après avoir donné les conditions d'existence

$$\frac{2x^2 - x - 6}{x^2 + 2x - 8}$$

La factorisation du numérateur et du dénominateur donne :

$$\left\{\begin{array}{l}
N: \left.\begin{array}{l} a = 2 \\ b = -1 \\ c = -6 \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta = 1 + 48 = 49 \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{1 \pm 7}{4} \left\langle \begin{array}{l} 2 \\ -\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \\
\Rightarrow 2x^2 - x - 6 = 2\left(x + \dfrac{3}{2}\right)(x-2) \\
D: \left.\begin{array}{l} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -8 \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta = 4 + 32 = 36 \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{-2 \pm 6}{2} \left\langle \begin{array}{l} 2 \\ -4 \end{array}\right. \\
\Rightarrow x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)
\end{array}\right.$$

Les C.E. sont $x \neq -4$ et $x \neq 2$.
La simplification de la fraction donne

$$\frac{2x^2 - x - 6}{x^2 + 2x - 8} = \frac{2\left(x + \frac{3}{2}\right)\cancel{(x-2)}}{(x+4)\cancel{(x-2)}} = \frac{2x+3}{x+4}$$

.../8 2. Résoudre

$$\frac{10}{x+5} \geq \frac{2x-7}{x-2}$$

Après simplification, l'équation devient :

$$\frac{-2x^2 + 7x + 15}{(x+5)(x-2)} \geq 0$$

Le tableau de signe s'écrit :

x		-5		$-\frac{3}{2}$		2		5	
$-2x^2+7x+15$	-		-	0	+		+	0	-
$x^2+3x-10$	+	0	-		-	0	+		+
$In(x)$	-	$\nexists$	+	0	-	$\nexists$	+	0	-

et la solution est :

$$S : \left]-5, -\frac{3}{2}\right] \cup]2, 5]$$

.../8 3. Résoudre

$$\frac{2x+3}{x-2} + \frac{3}{x+3} = \frac{15x+5}{x^2+x-6}$$

Le dénominateur de la troisième fraction se factorise en $(x-2)(x+3)$. Les conditions d'existence sont donc $x \neq 2$ et $x \neq -3$.
En plaçant tous les termes dans le premier membre, l'équation s'écrit (après réduction au même dénominateur et simplification) :

$$\frac{2x^2-3x-2}{(x-2)(x+3)} = 0 \Leftrightarrow 2x^2-3x-2 = 0$$

dont les solutions sont (Δ) $\left\{\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$. Vu les conditions d'existence, la solution de l'équation est :

$$S : \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$