Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°..... - Solutions

Vecteurs et composantes

Le Pair - Impair

Classe: 4...

On donne les points $A\,(3,0)$, $B\left(\frac{1}{2},-1\right)$, $C\,(-3,-2)$, $D\,(1,2)$ et $P\,(a,2)$ où $a \in \mathbb{R}$.

.../4 1. Calculer les composantes de $\overrightarrow{DA} - 3\overrightarrow{CB}$

$\overrightarrow{DA} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow -3\overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} \frac{-21}{2} \\ -3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{DA} - 3\overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} \frac{-17}{2} \\ -5 \end{pmatrix}$

.../4 2. Trouver les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{BE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$;

Soit $E(x,y)$. $\overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix} x-3 \\ y \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BE} = \begin{pmatrix} x-\frac{1}{2} \\ y+1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$.

On doit résoudre le système

$$\begin{cases} x-3 = 3\left(x-\frac{1}{2}\right)-2 \\ y = 3(y+1)-2 \end{cases}$$

dont la solution est $E\left(\frac{1}{4},-\frac{1}{2}\right)$

.../4 3. Trouver les coordonnées du point F pour que $DFBC$ soit un parallélogramme ;

Soit $F(x,y)$. $DFBC$ est un parallélogramme si $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{CB}$.

$\overrightarrow{DF} = \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$. La solution est $F\left(\frac{9}{2},3\right)$

.../4 4. Trouver a pour que C, D et P soient alignés ;

C, D et P sont alignés ssi $\exists k \in \mathbb{R}_0 : \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{CP}$.

$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CP} = \begin{pmatrix} a+3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

En exprimant la proportionnalité des composantes, on trouve a=1

.../3 5. Trouver les coordonnées de B', symétrique de B par rapport à C ;

B'est le symétrique de B par rapport à C si $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB'}$.

Si $C' = (x, y)$, on a $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} \frac{-7}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CB'} = \begin{pmatrix} x+3 \\ y+2 \end{pmatrix}$.

Le point B' a pour coordonnées B' : $\left(\frac{-13}{2}, -3\right)$

.../1 6. Déterminer les coordonnées du centre de gravité du triangle BCD.

Le centre de gravité a pour coordonnées $\left(\frac{1+\frac{1}{2}+(-3)}{3}, \frac{2+(-1)+(-2)}{3}\right) = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$