1. Déterminer l'équation des éventuelles asymptotes de la fonction :

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$$

dom$_f$: CE : $2x^2 - x - 1 \neq 0 \overset{\Delta}{\Leftrightarrow}$ dom$_f$: $\mathbb{R}\backslash \left\{ -\frac{1}{2}, 1 \right\}$.
AV : $\lim\limits_{x \to -\frac{1}{2}} f(x) = \pm\infty$ et $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \frac{2}{3}$. Il y a donc une AV d'équation $x = -\frac{1}{2}$.
AH : $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \frac{1}{2}$. Il y a donc une AH d'équation $y = \frac{1}{2}$.
AO : non car il y a une AH.

2. Déterminer l'équation des éventuelles asymptotes de la fonction :

$$f(x) = \sqrt{4x^2 + 3} - 2x + 1$$

dom$_f = \mathbb{R}$. Il n'y a donc pas d'AV.
AH : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$. Il n'y a pas d'AH en $-\infty$.
$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \infty - \infty$ F.I.. En levant l'indétermination (binôme conjugué), on obtient $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 1$.
AO : On a $m = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = -4$ et $p = \lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - mx] = 1$. IL y a une AO en $+\infty$ d'équation $y = -4x + 1$

3. On donne la fonction $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 3x - 4}$. On demande l'équation des asymptotes de $f(x)$ ainsi que la position relative de la courbe par rapport aux asymptotes.
dom$_f$: CE : $x^2 - 3x + 4 \neq 0 \overset{\Delta}{\Leftrightarrow}$ dom$_f$: $\mathbb{R}\backslash \{-1, 4\}$.
AV : $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = \pm\infty$ et $\lim\limits_{x \to 4} f(x) = \pm\infty$. Il y a donc deux AV d'équation $x = -1$ et $x = 4$.
AH : $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$. Il y a donc pas d'AH.
AO : Par division euclidienne on peut écrire $f(x) = x + 3 + \frac{13x + 11}{x^2 - 3x - 4}$. La première partie correspond à l'équation de l'AO : $y = x + 3$. La deuxième partie est la distance entre la fonction et l'asymptote($d(x)$).
Position par rapport aux asymptotes :

x		-1		1		4	
$x^3 - 1$	-		-	0	$+$		$+$
$D(x)$	$+$	0	-		-	0	$+$
$f(x)$	-	$\nexists$	$+$	0	-	$\nexists$	$+$

On a $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \to 4-} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to 4^+} f(x) = +\infty$.
De plus, pour l'AO :

x		-1		$-\frac{11}{13}$		4	
$13x + 11$	-		-	0	$+$		$+$
$D(x)$	$+$	0	-		-	0	$+$
$f(x)$	-	$\nexists$	$+$	0	-	$\nexists$	$+$

En $-\infty$, la courbe est sous l'AO. En $+\infty$, elle est au-dessus.