Domaine : exercices complémentaires

1. Pour les fonctions suivantes, donner, sans les résoudre la (les) conditions d'existence. Expliquer ensuite le type de problème à résoudre (équation, inéquation) et la démarche mathématique à effectuer pour résoudre le problème. Attention, on ne demande pas la résolution des domaines ci-dessous. On pourra, pour réaliser cet exercice, se baser sur la fiche savoir-faire disponible sur le site ("*Recherche d'un domaine de définition d'une fonction rationnelle ou irrationnelle*").

   (a) $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$
   (b) $f(x) = \sqrt{1 + 2x - 3x^2}$
   (c) $f(x) = \sqrt{x - 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 2}$
   (d) $f(x) = \sqrt{(x - 1)(x^2 - 3x + 2)}$
   (e) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x - 1}{-x^2 + 3x - 2}}$
   (f) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x - 1}}{x + 5}$
   (g) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x - 1}{x + 5}}$
   (h) $f(x) = \dfrac{\sqrt{-x^2 - x + 2}}{2x + 1}$
   (i) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1 - 2x}{3x - x^2}}$
   (j) $f(x) = \dfrac{x + 2}{\sqrt{5 - 4x - x^2}}$
   (k) $f(x) = \dfrac{\sqrt{6 - x - x^2}}{2x - 3}$
   (l) $f(x) = \sqrt{2x^3 + x^2 - 5x + 2}$
   (m) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^3 - 5x^2 + 7x - 3}{6 - 5x - x^2}}$
   (n) $f(x) = (3x - 1)\sqrt{1 - x^2}$
   (o) $f(x) = (3x - 1)\left(1 - x^2\right)^{-\frac{1}{2}}$

2. Déterminer le domaine des fonctions suivantes :

   (a) $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$
   (b) $f(x) = \sqrt{1 + 2x - 3x^2}$
   (c) $f(x) = \sqrt{x - 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 2}$
   (d) $f(x) = \sqrt{(x - 1)(x^2 - 3x + 2)}$
   (e) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x - 1}{-x^2 + 3x - 2}}$
   (f) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x - 1}}{x + 5}$
   (g) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x - 1}{x + 5}}$
   (h) $f(x) = \dfrac{\sqrt{-x^2 - x + 2}}{2x + 1}$
   (i) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1 - 2x}{3x - x^2}}$
   (j) $f(x) = \dfrac{x + 2}{\sqrt{5 - 4x - x^2}}$
   (k) $f(x) = \dfrac{\sqrt{6 - x - x^2}}{2x - 3}$
   (l) $f(x) = (3x - 1)\sqrt{1 - x^2}$
   (m) $f(x) = (3x - 1)\left(1 - x^2\right)^{-\frac{1}{2}}$

3. Pour les fonctions suivantes, donner, sans les résoudre la (les) conditions d'existence. Expliquer ensuite le type de problème à résoudre (équation, inéquation) et la démarche mathématique à effectuer pour résoudre le problème. Attention, on ne demande pas la résolution des domaines ci-dessous. On pourra, pour réaliser cet exercice, se baser sur la fiche savoir-faire disponible sur le site ("*Recherche d'un domaine de définition d'une fonction rationnelle ou irrationnelle*").

   (a) $f(x) = \dfrac{\sqrt{3x+4}}{2-x}$

   (b) $f(x) = (3x+4)(2-x)^{\frac{1}{2}}$

   (c) $f(x) = \sqrt{3x+4} + \sqrt{2-x}$

   (d) $f(x) = \dfrac{2x+5}{-3x^2+2x+8}$

   (e) $f(x) = (3x-1)\sqrt{-4x+5}$

   (f) $f(x) = \dfrac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{2-x}}$

   (g) $f(x) = \dfrac{\sqrt{6-x-x^2}}{2x-3}$

   (h) $f(x) = \sqrt{\dfrac{6-x-x^2}{2x-3}}$

   (i) $f(x) = \dfrac{6-x-x^2}{\sqrt{2x-3}}$

   (j) $f(x) = \dfrac{\sqrt{6-x-x^2}}{\sqrt{2x-3}}$

   (k) $f(x) = \sqrt{\dfrac{6x^3+x^2-x}{-x^2-2x-1}}$

   (l) $f(x) = \dfrac{\sqrt{1-x^4}}{2x^2-3x+1}$

   (m) $f(x) = \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

   (n) $f(x) = \dfrac{\sqrt{4x-7x^2+3}}{12x^2-3}$

   (o) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+6}-\sqrt{3x}}{\sqrt{3-x}}$

   (p) $f(x) = \sqrt{x^2+2x} - \sqrt{8x^2-3x+2}$

   (q) $f(x) = \sqrt{\dfrac{4-x^2}{-(1+x)^2}}$

   (r) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+8}-3x}{x^2-1}$

   (s) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-7x+12}}{\sqrt{16-x^2}}$

   (t) $f(x) = \dfrac{x^2-7x+2}{\sqrt{12-x^2}}$

4. Déterminer le domaine des fonctions suivantes :

   (a) $f(x) = \dfrac{\sqrt{3x+4}}{2-x}$

   (b) $f(x) = (3x+4)(2-x)^{\frac{1}{2}}$

   (c) $f(x) = \sqrt{3x+4} + \sqrt{2-x}$

   (d) $f(x) = \dfrac{2x+5}{-3x^2+2x+8}$

   (e) $f(x) = (3x-1)\sqrt{-4x+5}$

   (f) $f(x) = \dfrac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{2-x}}$

   (g) $f(x) = \dfrac{\sqrt{6-x-x^2}}{2x-3}$

   (h) $f(x) = \sqrt{\dfrac{6-x-x^2}{2x-3}}$

   (i) $f(x) = \dfrac{6-x-x^2}{\sqrt{2x-3}}$

   (j) $f(x) = \dfrac{\sqrt{6-x-x^2}}{\sqrt{2x-3}}$

   (k) $f(x) = \sqrt{\dfrac{6x^3+x^2-x}{-x^2-2x-1}}$

   (l) $f(x) = \dfrac{\sqrt{1-x^4}}{2x^2-3x+1}$

   (m) $f(x) = \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

   (n) $f(x) = \dfrac{\sqrt{4x-7x^2+3}}{12x^2-3}$

   (o) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+6}-\sqrt{3x}}{\sqrt{3-x}}$

   (p) $f(x) = \sqrt{x^2+2x} - \sqrt{8x^2-3x+2}$

   (q) $f(x) = \sqrt{\dfrac{4-x^2}{-(1+x)^2}}$

   (r) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+8}-3x}{x^2-1}$

   (s) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-7x+12}}{\sqrt{16-x^2}}$

   (t) $f(x) = \dfrac{x^2-7x+2}{\sqrt{12-x^2}}$

Domaine : exercices complémentaires - Solutions

1. (a) C.E. : $2-x^2\geq 0$: inéquation (tableau de signe) ;
   (b) C.E. :$1+2x-3x^2\geq 0$: inéquation (tableau de signe) ;
   (c) C.E. :$x-1\geq 0$ et $x^2-3x+2\geq 0$: inéquations (tableaux de signe) et droites des réels ;
   (d) C.E. :$(x-1)(x^2-3x+2)\geq 0$: inéquation (tableau de signe) ;
   (e) C.E. :$\dfrac{x-1}{-x^2+3x-2}\geq 0$: inéquation (tableau de signe) ;
   (f) C.E. :$x-1\geq 0$ et $x+5\neq 0$: inéquation (tableau de signe), équation et droite des réels ;
   (g) C.E. :$\dfrac{x-1}{x+5}\geq 0$: inéquation (tableau de signe) ;
   (h) C.E. :$-x^2-x+2\geq 0$ et $2x+1\neq 0$: inéquation (tableau de signe), équation et droite des réels ;
   (i) C.E. :$\dfrac{1-2x}{3x-x^2}\geq 0$: inéquation (tableau de signe) ;
   (j) C.E. :$5-4x-x^2\geq 0$: inéquation (tableau de signe) ;
   (k) C.E. :$6-x-x^2\geq 0$ et $2x-3\neq 0$: inéquation (tableau de signe), équation et droite des réels ;
   (l) C.E. :$2x^3+x^2-5x+2\geq 0$: inéquation (tableau de signe - Horner) ;
   (m) C.E. :$\dfrac{x^3-5x^2+7x-3}{6-5x-x^2}\geq 0$: inéquation (tableau de signe - Horner) ;
   (n) C.E. :$1-x^2\geq 0$: inéquation (tableau de signe) ;
   (o) C.E. :$1-x^2>0$: inéquation (tableau de signe).
2. (a) dom_f :$[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$
   (b) dom_f :$\left[-\dfrac{1}{3},1\right]$
   (c) dom_f :$[2,+\infty\cup\{1\}$
   (d) dom_f :$[2,+\infty\cup\{1\}$
   (e) dom_f :$-\infty,-2[$
   (f) dom_f :$[1,+\infty$
   (g) dom_f :$-\infty,-5[\cup[1,+\infty$
   (h) dom_f :$\left[-2,-\dfrac{1}{2}\right[\cup\left]-\dfrac{1}{2},1\right]$
   (i) dom_f :$\left]0,\dfrac{1}{2}\right]\cup]3,+\infty[$
   (j) dom_f :$]-5,1[$
   (k) dom_f :$\left[-3,\dfrac{3}{2}\right[\cup\left]\dfrac{3}{2},2\right]$
   (l) dom_f :$[-1,1]$
   (m) dom_f :$]-1,1[$

3. (a) C.E. :$3x + 4 \geq 0$: inéquation (tableau de signe) ;
   (b) C.E. :$2 - x \geq 0$: inéquation (tableau de signe) ;
   (c) C.E. :$3x + 4 \geq 0$ et $2 - x \geq 0$: inéquations (tableaux de signe) et droites des réels ;
   (d) C.E. :$-3x^2 + 2x + 8 \neq 0$: équation ;
   (e) C.E. :$-4x + 5 \geq 0$: inéquation (tableau de signe) ;
   (f) C.E. :$3x - 1 \geq 0$ et $2 - x > 0$: inéquations (tableaux de signe) et droites des réels ;
   (g) C.E. :$6 - x - x^2 \geq 0$ et $2x - 3 \neq 0$: inéquation (tableau de signe), équation et droite des réels ;
   (h) C.E. :$\dfrac{6 - x - x^2}{2x - 3} \geq 0$: inéquation (tableau de signe) ;
   (i) C.E. :$2x - 3 > 0$: inéquation (tableau de signe) ;
   (j) C.E. :$6 - x - x^2 \geq 0$ et $2x - 3 > 0$: inéquations (tableaux de signe) et droites des réels ;
   (k) C.E. :$\dfrac{6x^3 + x^2 - x}{-x^2 - 2x - 1} \geq 0$: inéquation (tableau de signe) ;
   (l) C.E. :$1 - x^4 \geq 0$ et $2x^2 - 3x + 1 \neq 0$: inéquation (tableau de signe), équation et droite des réels ;
   (m) C.E. :$1 - x^2 \geq 0$ et $x \neq 0$: inéquation (tableau de signe), équation et droite des réels ;
   (n) C.E. :$4x - 7x^2 + 3 \geq 0$ et $12x^2 - 3 \neq 0$: inéquation (tableau de signe), équation et droite des réels ;
   (o) C.E. :$x + 6 \geq 0$, $3x \geq 0$ et $3 - x > 0$: inéquations (tableaux de signe) et droites des réels ;
   (p) C.E. :$x^2 + 2x \geq 0$ et $8x^2 - 3x + 2 \geq 0$: inéquations (tableaux de signe) et droites des réels ;
   (q) C.E. :$\dfrac{4 - x^2}{-(1 + x)^2} \geq 0$: inéquation (tableau de signe) ;
   (r) C.E. :$x + 8 \geq 0$ et $x^2 - 1 \neq 0$: inéquation (tableau de signe), équation et droite des réels ;
   (s) C.E. :$x^2 - 7x + 12 \geq 0$ et $16 - x^2 > 0$: inéquations (tableaux de signe) et droites des réels ;
   (t) C.E. :$12 - x^2 > 0$: inéquation (tableau de signe).
4. (a) dom_f :$\left[-\dfrac{4}{3}, /\infty\right.$
   (b) dom_f :$-\infty, 2]$
   (c) dom_f :$\left[-\dfrac{4}{3}, 2\right]$
   (d) dom_f :$\mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{4}{3}, 2\right\}$
   (e) dom_f :$\left.-\infty, \dfrac{5}{4}\right]$
   (f) dom_f :$\left[\dfrac{1}{3}, 2\right[$
   (g) dom_f :$\left[-3, \dfrac{3}{2}\right[\cup \left]\dfrac{3}{2}, 2\right]$

(h) $\text{dom}_f : -\infty, -3] \cup \left]\frac{3}{2}, 2\right]$

(i) $\text{dom}_f : \left]\frac{3}{2}, +\infty\right.$

(j) $\text{dom}_f : \left]\frac{3}{2}, 2\right]$

(k) $\text{dom}_f : -\infty, -1[\cup \left]-1, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[0, \frac{1}{3}\right]$

(l) $\text{dom}_f : \left[-1, -\frac{1}{2}\right[\cup \left]-\frac{1}{2}, 1\right[$

(m) $\text{dom}_f : [-1, 0[\cup]0, 1]$

(n) $\text{dom}_f : \left[-\frac{3}{7}, \frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{1}{2}, 1\right]$

(o) $\text{dom}_f : [0, 3[$

(p) $\text{dom}_f : -\infty, -2] \cup [0, +\infty$

(q) $\text{dom}_f : -\infty, -2] \cup [2, +\infty$

(r) $\text{dom}_f : [-8, -1[\cup]-1, 1[\cup]1, +\infty$

(s) $\text{dom}_f :]-4, 3]$

(t) $\text{dom}_f :]-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}[$