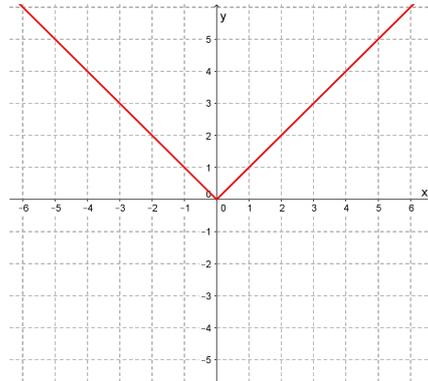
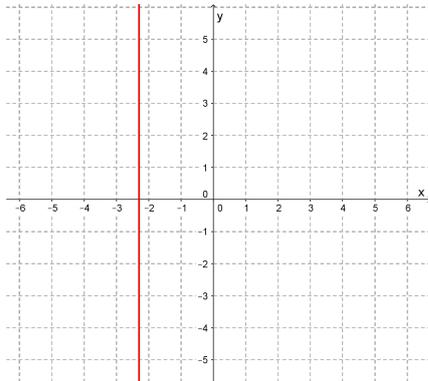
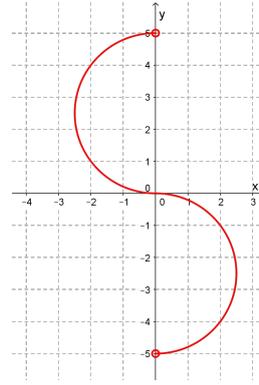
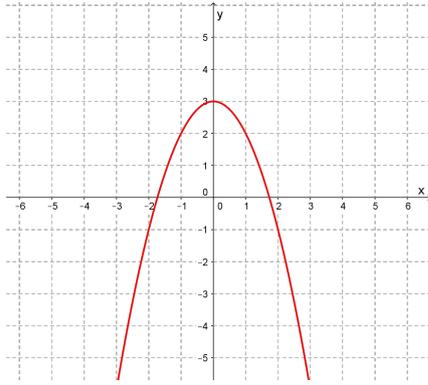
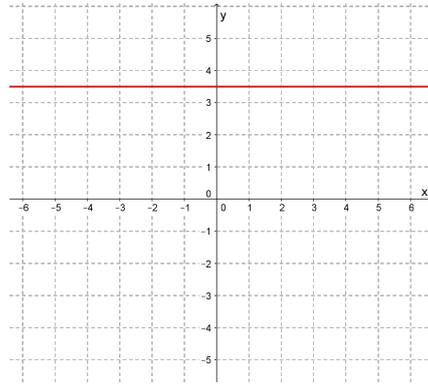
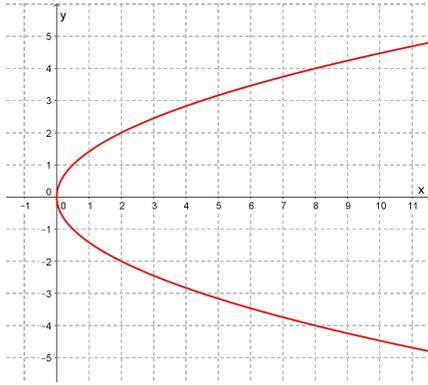
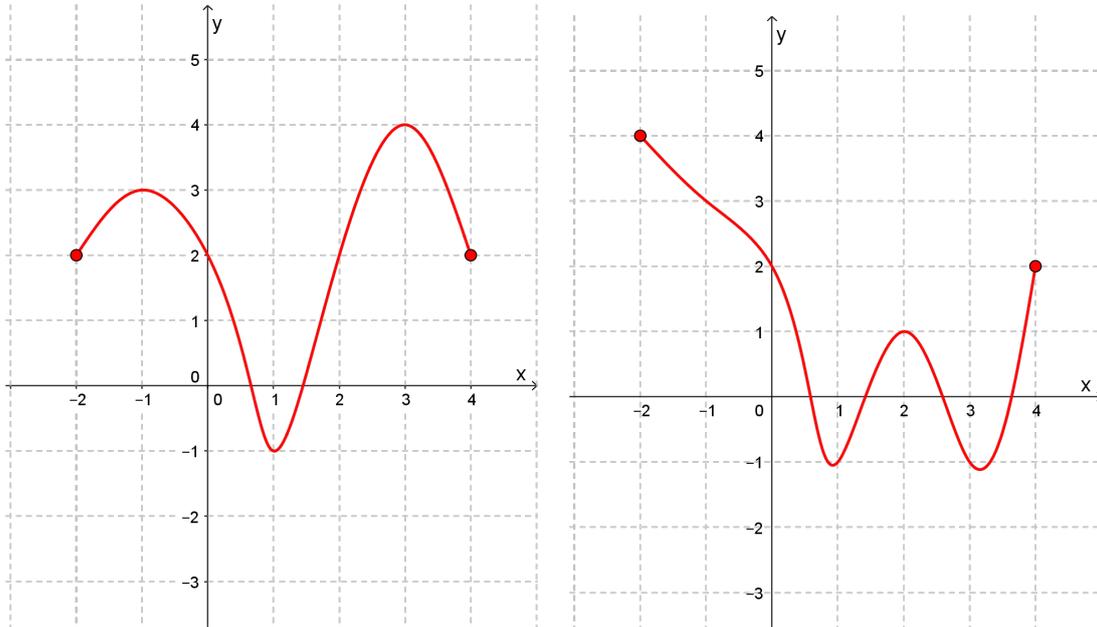


11.6 Exercices

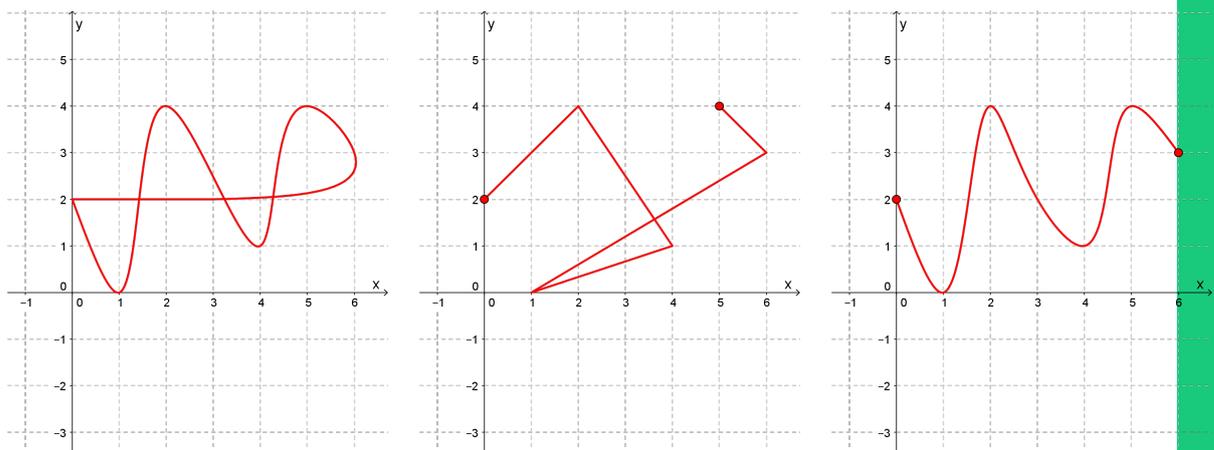
1. Parmi les courbes suivantes, déterminer celles qui représentent une fonction.



2. Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-2,4]$. On connaît les images de quelques points : $f(-1) = 3$, $f(0) = 2$, $f(1) = -1$, $f(2) = 1$ et $f(4) = 2$. On donne également les deux graphes suivants :

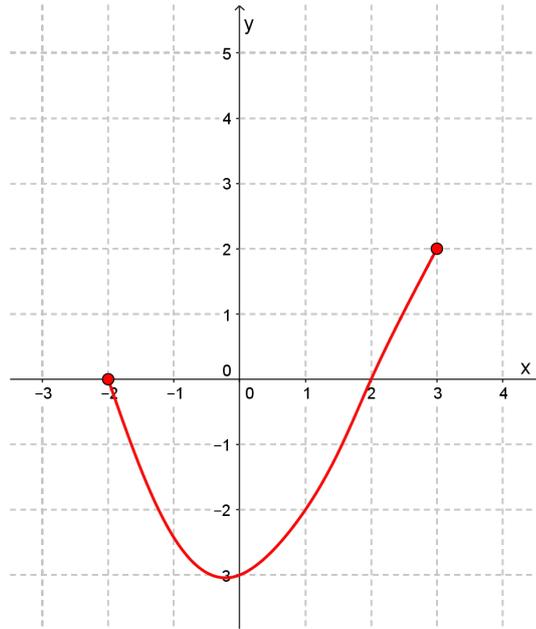


- (a) Quels sont les tracés qui peuvent être la représentation graphique de la fonction f ?
 (b) Déterminer graphiquement $f(-2)$ et $f(3)$ sur chacune des figures qui représentent la fonction.
3. Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[0,6]$. On connaît les images de quelques points : $f(0) = 2$, $f(1) = 0$, $f(2) = 4$, $f(4) = 1$, $f(5) = 4$ et $f(6) = 3$. On donne également les trois graphes suivants :



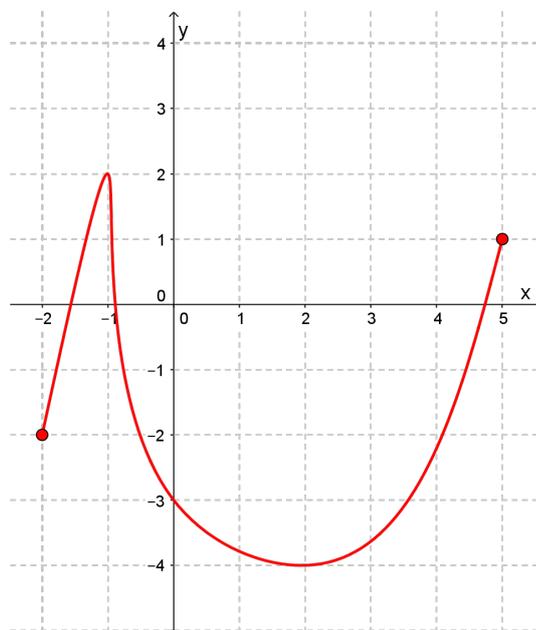
- (a) Quels sont les tracés qui peuvent être la représentation graphique de la fonction f ?
 (b) Déterminer graphiquement $f(3)$ sur chacune des figures qui représentent la fonction.

4. Soit la fonction f donnée par sa représentation graphique



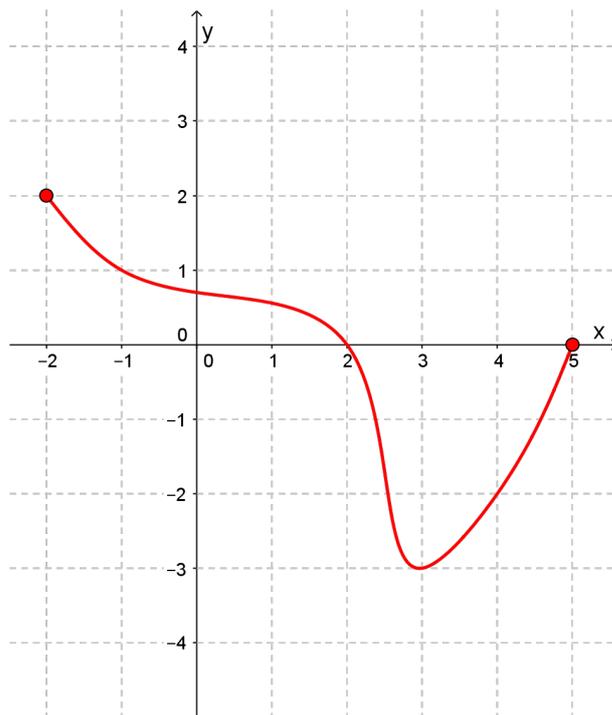
- Préciser l'intervalle sur lequel la fonction est définie ;
- Déterminer graphiquement les images des nombres -2, 0, 1 et 3 par la fonction ;
- Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par la fonction.

5. Soit la fonction f donnée par sa représentation graphique



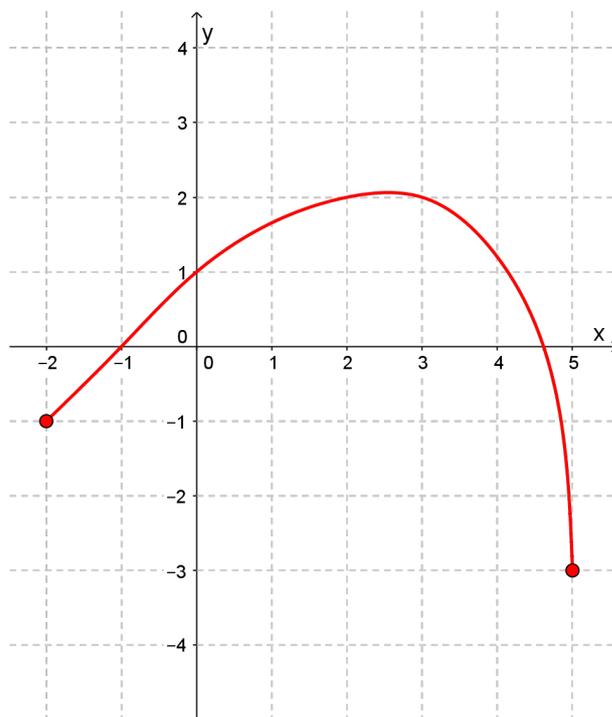
- Préciser l'intervalle sur lequel la fonction est définie ;
- Déterminer graphiquement les images des nombres -1, 0 et 2 par la fonction ;
- Déterminer graphiquement les antécédents de -2, -4 et 2 par la fonction.

6. Soit la fonction f donnée par sa représentation graphique



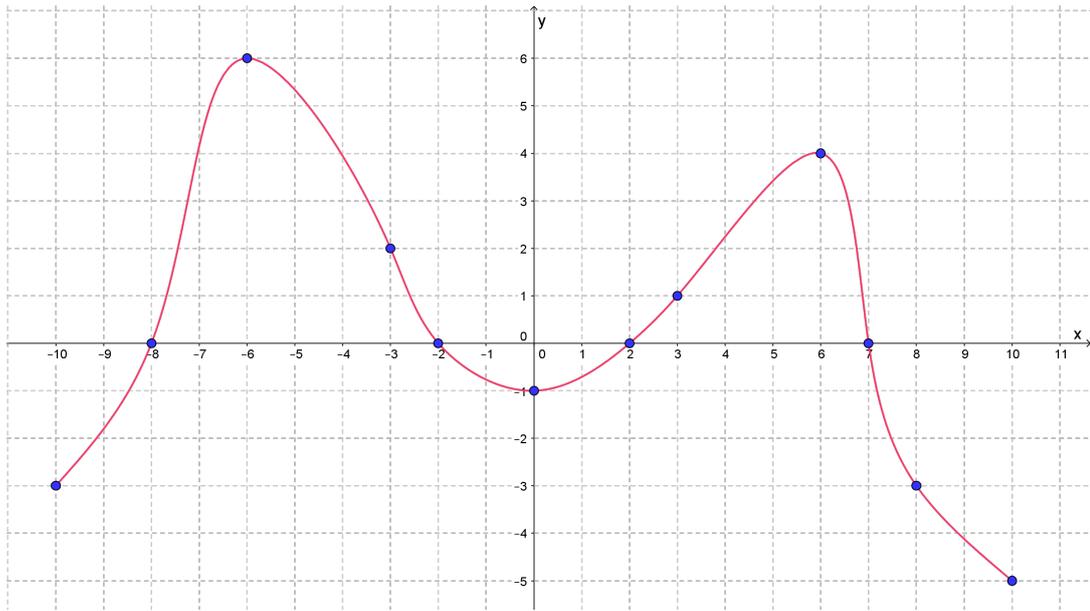
- Préciser l'intervalle sur lequel la fonction est définie ;
- Déterminer graphiquement les images des nombres -1, 2 et 4 par la fonction ;
- Déterminer graphiquement les antécédents de -3, 0 et 2 par la fonction.

7. Soit la fonction f donnée par sa représentation graphique

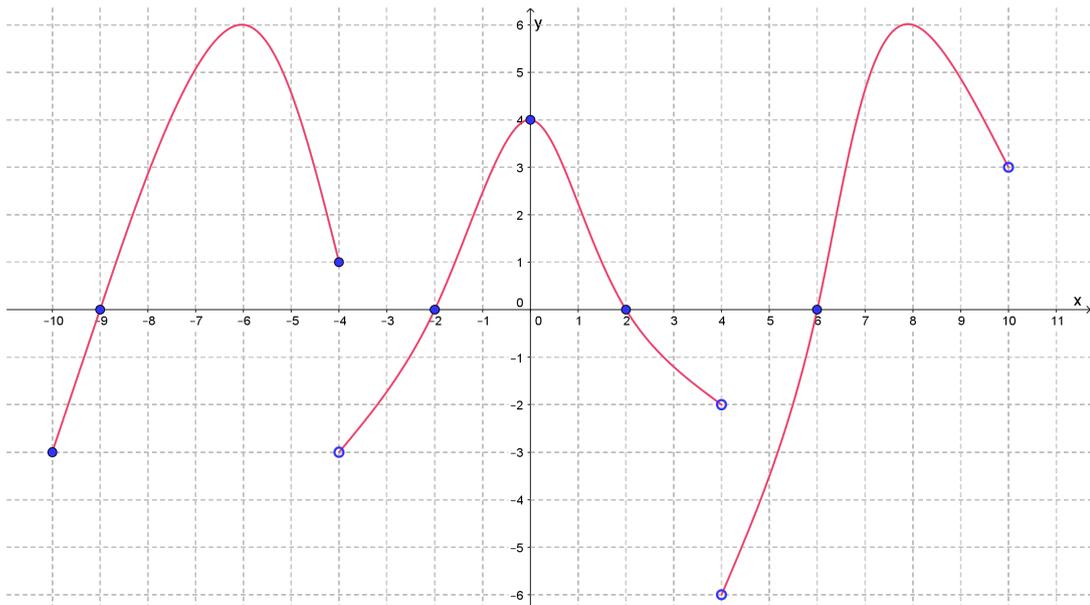


- Préciser l'intervalle sur lequel la fonction est définie ;
- Déterminer graphiquement les images des nombres -2, 0 et 3 par la fonction ;
- Déterminer graphiquement les antécédents de -3, 1 et 3 par la fonction.

8. On donne les courbes suivantes, représentations graphiques de fonctions.
Courbe 1



Courbe 2



Pour chacune des deux courbes, répondre par vrai ou faux :

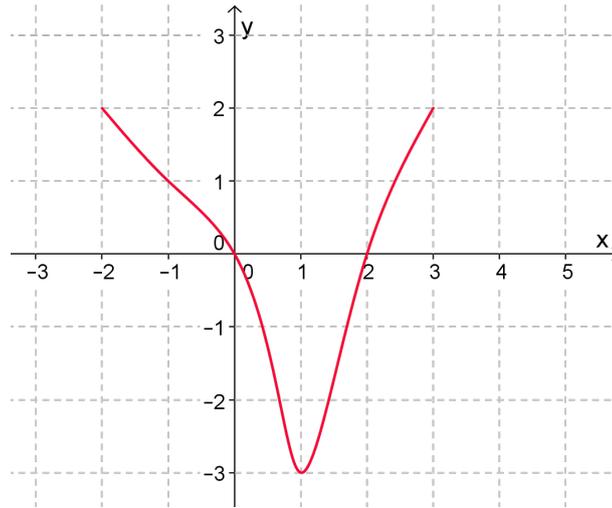
- la fonction est paire ;
- la fonction est croissante sur $[0, 6]$
- la fonction est positive sur $[0, 2]$
- l'équation $f(x) = 0$ possède quatre solutions
- la fonction présente un maximum en -6
- $f(3) > f(-1)$

Pour chacune des deux courbes, déterminer

- dom_f
- im_f
- $f(3)$
- les racines de f
- les solutions de l'équation $2f(x) + 6 = 0$

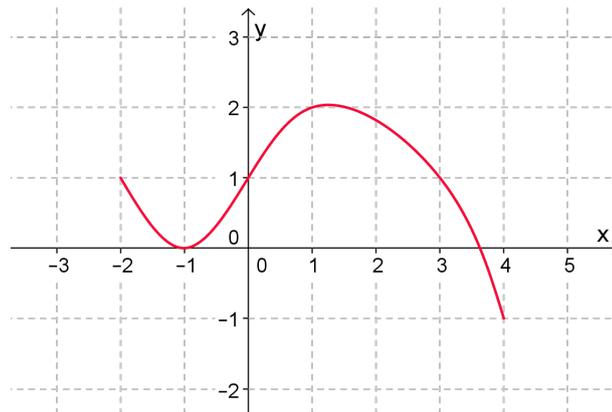
9. Soit la fonction $f(x) = x - 3$.
- (a) Calculer $f(0)$, $f(3)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$ et $f\left(-\frac{2}{5}\right)$;
 - (b) Calculer les images de 1, 2 et 5 par la fonction f ;
 - (c) Calculer l'(les) antécédent(s) de 1, 2 et 5 par f .
10. Soit la fonction $f(x) = 2x^2 - 3$.
- (a) Calculer $f(0)$, $f(-2)$, $f\left(\sqrt{3}\right)$ et $f\left(\sqrt{2} + 1\right)$;
 - (b) Calculer les images de 0, 1 et -1 par la fonction f ;
 - (c) Calculer l'(les) antécédent(s) de 5 par f .
11. Soit la fonction $f(x) = \frac{x-2}{x}$.
- (a) Calculer $f(1)$, $f(-1)$, $f\left(\frac{2}{3}\right)$ et $f\left(\sqrt{2}\right)$;
 - (b) Calculer l'image de 2 par la fonction f ;
 - (c) 1 a-t-il un antécédent par f ?
12. Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$.
- (a) Calculer $f(0)$, $f(3)$, $f(-3)$ et $f\left(-\sqrt{3}\right)$
 - (b) Calculer l'image de -1 par la fonction f
 - (c) Calculer l'(les) antécédent(s) de $-\frac{1}{2}$ par f
13. Soit la fonction $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$.
- (a) Calculer $f(0)$, $f(2)$, $f(-2)$ et $f\left(-\sqrt{3}\right)$
 - (b) Calculer l'image de 4 par la fonction f
 - (c) Calculer l'(les) antécédent(s) de 5 par f
14. Soit la fonction $f(x) = -\sqrt{x^2 - 3}$ définie pour $x \leq -\sqrt{3}$ ou $x \geq \sqrt{3}$.
- (a) Calculer les images de 2, 3 et $\sqrt{3}$ par la fonction f
 - (b) 1 a-t-il une image par la fonction?
 - (c) Déterminer deux nombres qui ont la même image.
 - (d) Un nombre réel strictement positif a-t-il un antécédent par f ?

15. Soit la fonction f définie par le graphe suivant :



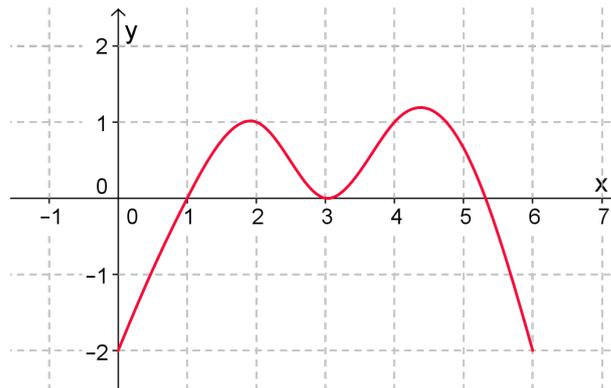
- (a) Décrire les variations de la fonction f dans un tableau de variations.
 (b) Quel est le maximum et le minimum de la fonction f . En quelle(s) valeur(s) sont-ils atteints ?

16. Soit la fonction f définie par le graphe suivant :



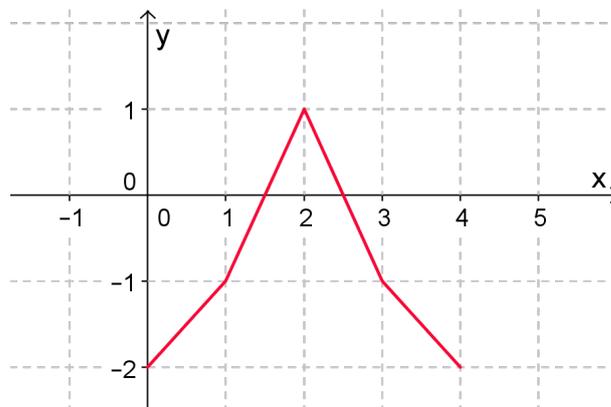
- (a) Décrire les variations de la fonction f dans un tableau de variations.
 (b) Quel est le maximum et le minimum de la fonction f dans l'intervalle :
 i. $[-2, 4]$
 ii. $[-2, 3]$
 iii. $[-2, 1]$

17. Soit la fonction f définie par le graphe suivant :



- (a) Décrire les variations de la fonction f dans un tableau de variations.
- (b) Quel est le maximum et le minimum de la fonction f dans l'intervalle :
- $[0, 6]$
 - $[1, 4]$
 - $[3, 4]$
- (c) Quelle est la valeur lue pour $f(2)$?
- (d) Quels sont les antécédents de -2 ?

18. Soit la fonction f définie par le graphe suivant :



- (a) Décrire les variations de la fonction f dans un tableau de variations.
- (b) Quelle est l'image de 0, 1, 2, 3 et 4 par la fonction ?
- (c) Quels sont les antécédents de -2 , -1 , 0 et 1 ?

19. Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer algébriquement

- le domaine de définition ¹³
- le(s) zéro(s)
- l'intersection avec l'axe Oy
- la parité

(a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$

(d) $f(x) = \sqrt{2x - 5}$

(b) $f(x) = \frac{3}{x - 2}$

(e) $f(x) = \sqrt{\frac{x - 3}{x^2 + 4x + 3}}$

(c) $f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + 4x - 5}$

(f) $f(x) = \frac{\sqrt{2x + 5}}{\sqrt{2x^2 - 9x + 4}}$

20. Tracer le graphe de la fonction $f(x) = \frac{x}{2} - 4$

- (a) Représenter sur le graphe le(s) valeur(s) de x pour laquelle (lesquelles) $f(x)$ est égale à -4 et expliquer algébriquement le résultat
- (b) Représenter sur le graphe les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ est comprise entre -2 et 1 et expliquer algébriquement le résultat

21. Déterminer si les fonctions suivantes sont paires, impaires ou ni l'une ni l'autre.

(a) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 3}$

(b) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 5}$

(c) $f(x) = \frac{x + 1}{x^2 - 3x + 5}$

(d) $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x^5 - x}}$

13. Voici tous les cas de figures susceptibles d'être rencontrés en 4^{ème} :

- $f(x) = P(x)$: CE : / et $\text{dom}_f = \mathbb{R}$
- $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$: CE : $Q(x) \neq 0$ (équation) et $\text{dom}_f = \mathbb{R} \setminus \{\dots\}$
- $f(x) = \sqrt{R(x)}$: CE : $R(x) \geq 0$ (inéquation : tableau de signe)
- $f(x) = \sqrt{\frac{R(x)}{S(x)}}$: CE : $\frac{R(x)}{S(x)} \geq 0$ (inéquation : tableau de signe)
- $f(x) = \frac{\sqrt{R(x)}}{Q(x)}$:
 - CE₁ : $R(x) \geq 0$ (inéquation : tableau de signe)
 - CE₂ : $Q(x) \neq 0$ (équation)

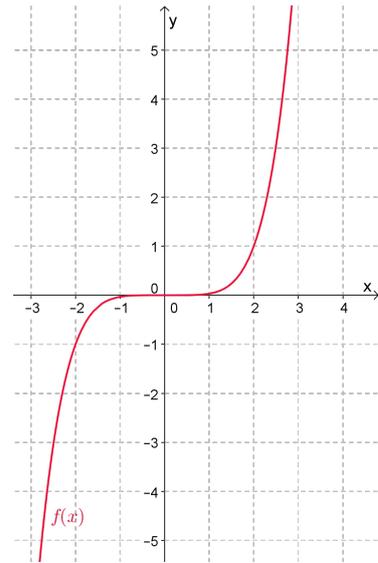
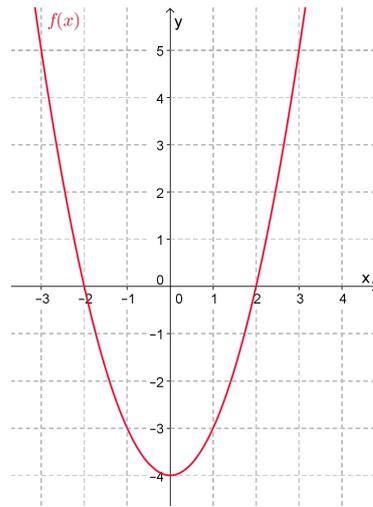
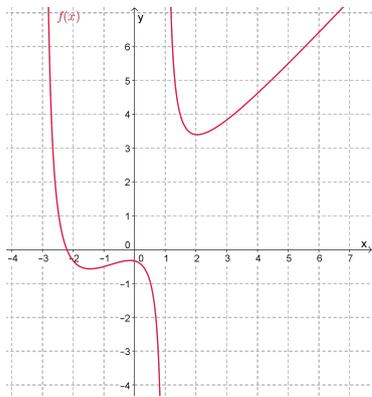
Pour trouver le domaine on résume les informations obtenues sur la droite des réels.

- $f(x) = \frac{P(x)}{\sqrt{S(x)}}$: CE : $S(x) > 0$ (inéquation : tableau de signe)
- $f(x) = \frac{\sqrt{R(x)}}{\sqrt{S(x)}}$:
 - CE₁ : $R(x) \geq 0$ (inéquation : tableau de signe)
 - CE₂ : $S(x) > 0$ (inéquation : tableau de signe)

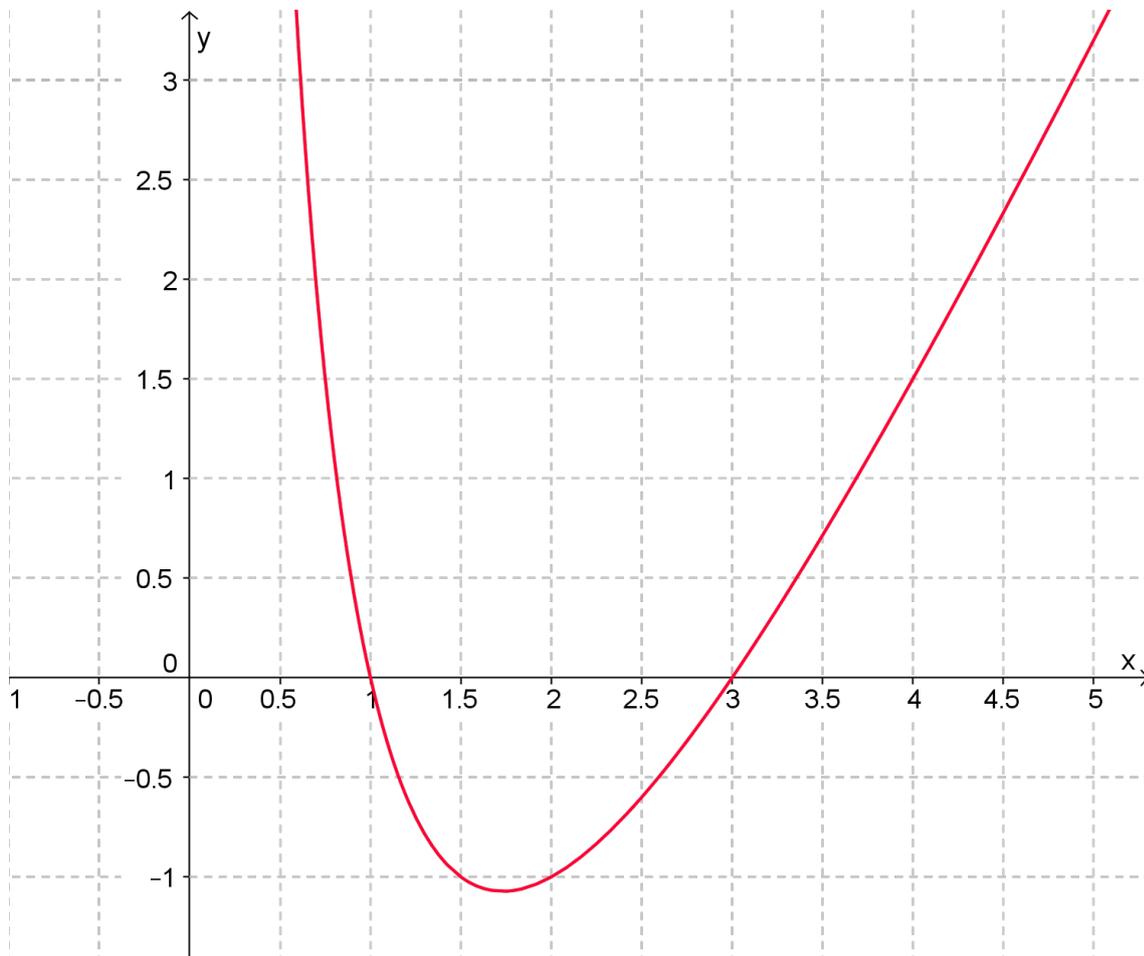
Pour trouver le domaine on résume les informations obtenues sur la droite des réels.

Dans les expressions ci-dessus, $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ et $S(x)$ représentent des polynômes.

22. Déterminer si les fonctions suivantes sont paires, impaires ou ni l'une ni l'autre.



23. Voici le graphe de la fonction $f(x)$

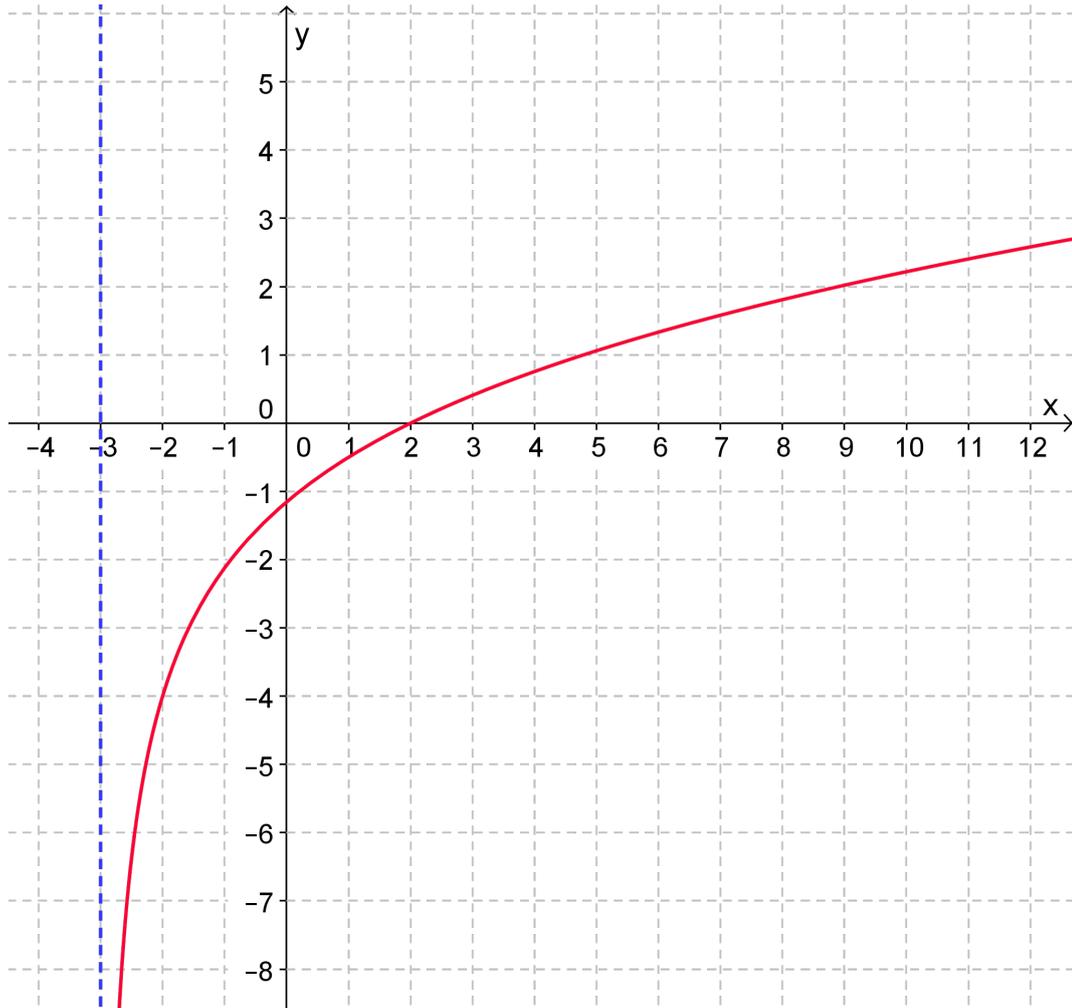


- (a) Détermine $f(1)$
- (b) Quels sont le(s) zéro(s) de $f(x)$?
- (c) Déterminer le ou les réels dont l'image par f vaut $\frac{5}{2}$
- (d) Représenter l'ensemble des réels x tels que $-0.5 \leq f(x) \leq 0.5$

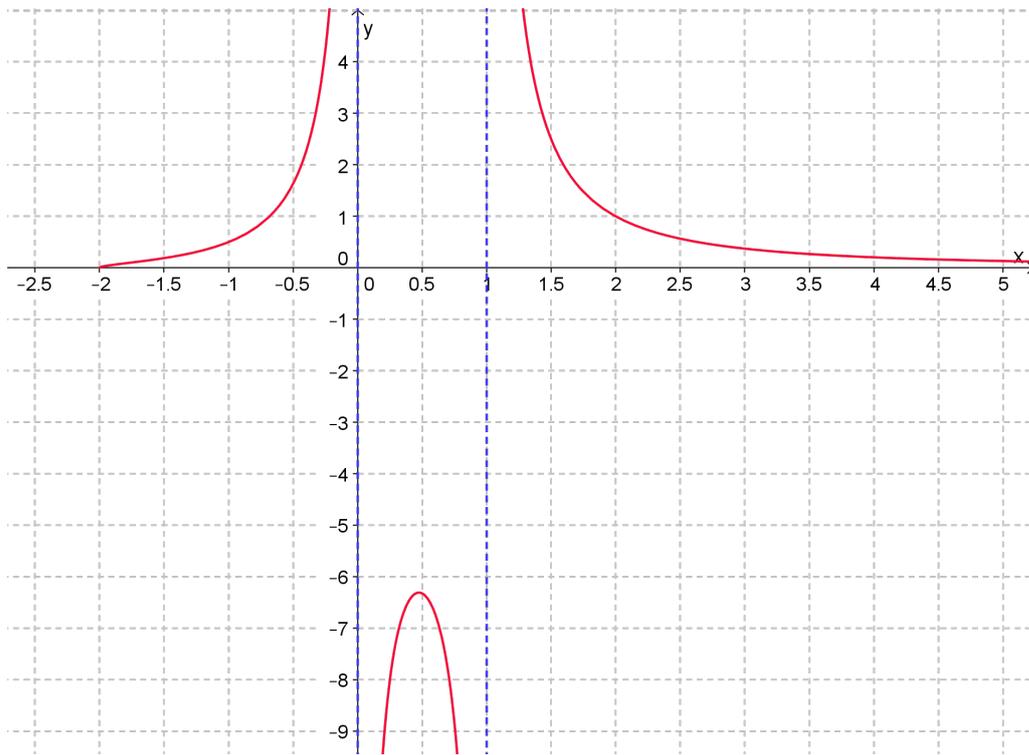
24. Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer *algébriquement et graphiquement* :

- (a) le domaine de définition ;
- (b) le(s) zéro(s) ;
- (c) la parité ;
- (d) le signe ;

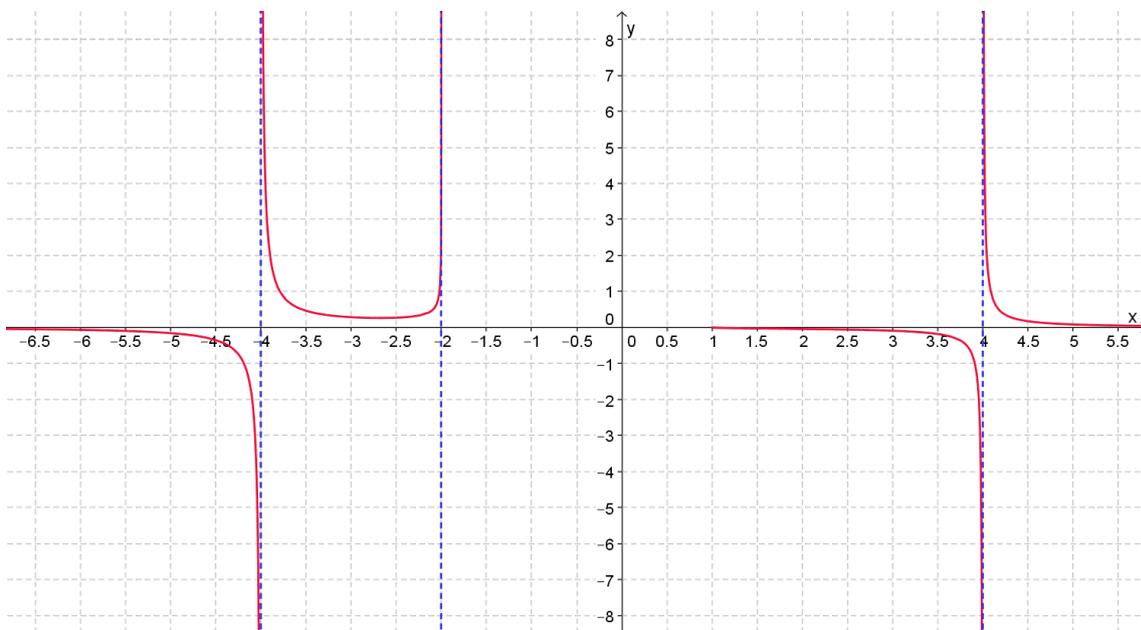
(a) $f(x) = \frac{x - 2}{\sqrt{x + 3}}$



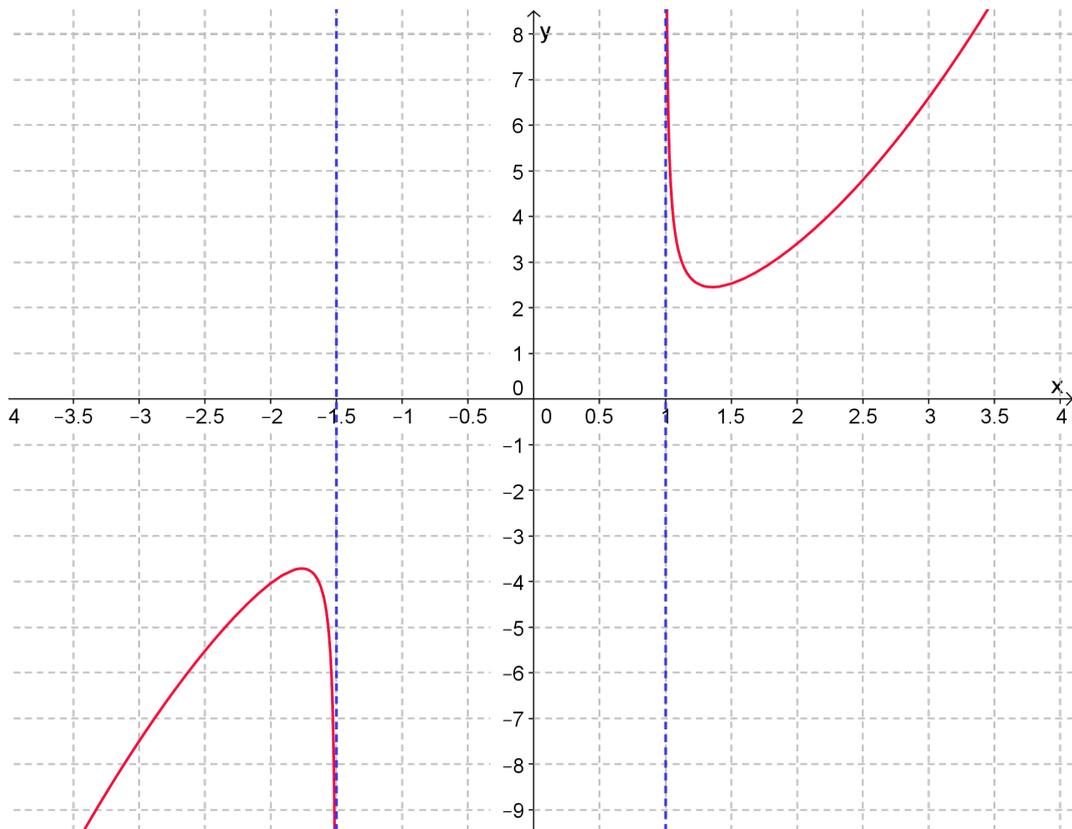
(b) $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2-x}$



(c) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x-2}}{x^3+2x^2-16x-32}$



$$(d) f(x) = \frac{x^3 + 1}{\sqrt{2x^2 + x - 3}}$$



25. Pour chacune des fonctions suivantes, on demande :

- la fonction de référence à partir de laquelle elle va être construite ;
- l'(les) opération(s) algébrique(s) qui intervient(interviennent) dans la nouvelle fonction ;
- si cette(ces) opération(s) agit(agissent) sur la variable (x) ou sur la fonction ($f(x)$).

$$(a) f(x) = x^2 - 4$$

$$(f) f(x) = 4x^2 + 1$$

$$(b) f(x) = \frac{3}{x}$$

$$(g) f(x) = -2x^2 + 5$$

$$(c) f(x) = \sqrt[3]{x-3}$$

$$(h) f(x) = 3 - \sqrt{2x}$$

$$(d) f(x) = \frac{1}{5x}$$

$$(i) f(x) = (2 - 3x)^3 - 2$$

$$(e) f(x) = 2(x - 3)^2$$

$$(j) f(x) = 1 - 2\sqrt{2x - 1}$$

26. En partant de fonction de base que l'on précisera, représenter les graphes fonctions suivantes. Préciser l'ensemble des étapes ainsi que les transformations du plan utilisées.

$$(a) f(x) = x^2 + 3$$

$$(e) f(x) = 3 - 2x^2$$

$$(b) f(x) = \sqrt{x-2}$$

$$(f) f(x) = 3(x-2)^2 + 1$$

$$(c) f(x) = 2x^3$$

$$(g) f(x) = \left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 - 1$$

$$(d) f(x) = \frac{1}{2x}$$

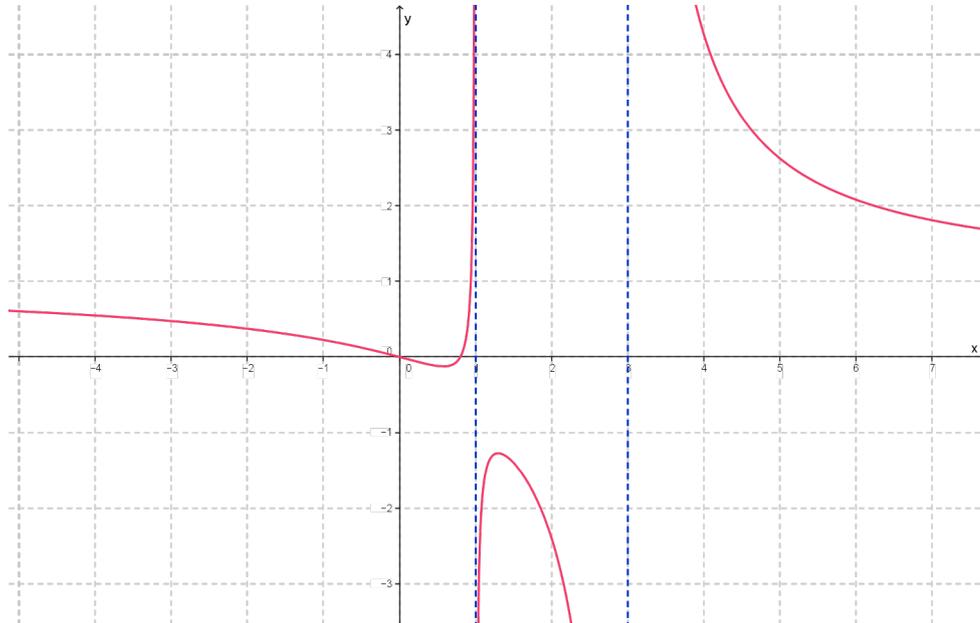
(h) $f(x) = \frac{1}{2} ||x| - 1| + 3$

(j) $f(x) = 2 |3 - \sqrt{1 - 2x}|$

(i) $f(x) = \left| \frac{1}{2} \sqrt[3]{x-1} - 2 \right|$

(k) $f(x) = 3 - 2(1 - 2x)^2$

27. On donne le graphique de la fonction $f(x)$.



On demande de résoudre graphiquement les équations et inéquations suivantes :

- (a) $f(x) = 0$
- (b) $f(x) = 2$
- (c) $f(x) < 2$
- (d) $f(x) \geq -2$

11.7 Solutions

1. Les graphes qui représentent des fonctions sont les graphes 2, 3 et 6 (de gauche à droite et de haut en bas)
2. (a) Le deuxième graphe représente la fonction f
(b) $f(-2) = 4$ et $f(3) = -1$
3. (a) Le troisième graphe représente la fonction f
(b) $f(3) = 2$
4. (a) La fonction est définie sur l'intervalle $[-2, 3]$
(b) $f(-2) = 0$, $f(0) = -3$, $f(1) = -2$ et $f(3) = 2$
(c) Antécédents de 0 : -2 et 2
5. (a) La fonction est définie sur l'intervalle $[-2, 5]$
(b) $f(-1) = 2$, $f(0) = -3$ et $f(2) = -4$
(c)
 - Antécédents de -2 : -2 ; $-0,5$; 4
 - Antécédent de -4 : 2
 - Antécédent de 2 : -1
6. (a) La fonction est définie sur l'intervalle $[-2, 5]$
(b) $f(-1) = 1$, $f(2) = 0$ et $f(4) = -2$
(c)
 - Antécédent de -3 : 3
 - Antécédents de 0 : 2 ; 5
 - Antécédent de 2 : -2
7. (a) La fonction est définie sur l'intervalle $[-2, 5]$
(b) $f(-2) = -1$, $f(0) = 1$ et $f(3) = 2$
(c)
 - Antécédent de -3 : 5
 - Antécédents de 1 : 0 ; $4,2$
 - Antécédent de 3 : il n'y en a pas
8. Courbe 1 :

<ul style="list-style-type: none"> • Faux • Vrai • Faux • Vrai • Vrai • Vrai 	<ul style="list-style-type: none"> • $dom_f : [-10, 10]$ • $im_f : [-5, 6]$ • $f(3) = 1$ • les racines de $f : x=-8, x=-2, x=2$ et $x=7$ • les solutions de l'équation $2f(x) + 6 = 0 : x=-10$ et $x=8$
--	---

Courbe 2 :

<ul style="list-style-type: none"> • Faux • Faux • Vrai • Vrai • Vrai • Faux 	<ul style="list-style-type: none"> • $dom_f : [-10, 4[\cup]4, 10[$ • $im_f :]-6, 6]$ • $f(3) \approx -1,2$ • les racines de $f : x=-9, x=-2, x=2$ et $x=6$ • les solutions de l'équation $2f(x) + 6 = 0 : x=-10$ et $x \approx 5,2$
--	--

9. $f(x) = x - 3$

(a) $f(0) = -3, f(3) = 0, f(\frac{1}{3}) = -\frac{8}{3}, f(-\frac{2}{5}) = -\frac{17}{5}$

(b) image de 1 : $f(1) = -2, f(2) = -1$ et $f(5) = 2$

(c) • Antécédent de 1 : on résoud l'équation $f(x) = 1$ ou

$$\begin{aligned} x - 3 &= 1 \\ \Leftrightarrow x &= 4 \end{aligned}$$

- Antécédent de 2 : 5
- Antécédent de 5 : 8

10. $f(x) = 2x^2 - 3$

(a) $f(0) = -3, f(-2) = 5, f(\sqrt{3}) = 3, f(\sqrt{2} + 1) = 3 + 4\sqrt{2}$

(b) $f(0) = -3, f(1) = -1$ et $f(-1) = -1$

(c) Antécédents de 5 : ± 2

11. $f(x) = \frac{x - 2}{x}$

(a) $f(1) = -1, f(-1) = 3, f(\frac{2}{3}) = -2, f(\sqrt{2}) = 1 - \sqrt{2}$

(b) $f(2) = 0$

(c) Antécédents de 1 : aucun

12. $f(x) = \frac{x^2}{x - 1}$

(a) $f(0) = 0, f(3) = \frac{9}{2}, f(-3) = -\frac{9}{4}, f(-\sqrt{3}) = -\frac{3}{2}(\sqrt{3} - 1)$

(b) $f(-1) = -\frac{1}{2}$

(c) Antécédents de $-\frac{1}{2}$: $x = -1$ et $x = \frac{1}{2}$

13. $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$

(a) $f(0) = 3, f(2) = \sqrt{13}, f(-2) = \sqrt{13}, f(-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$

(b) $f(4) = 5$

(c) Antécédents de 5 : ± 4

14. $f(x) = -\sqrt{x^2 - 3}$

(a) $f(2) = -1, f(3) = -\sqrt{6}, f(\sqrt{3}) = 0$

(b) 1 n'a pas d'image par la fonction car il n'appartient pas au domaine de définition de la fonction

(c) $\pm a$ où $|a| \geq \sqrt{3}$

(d) non car la fonction est toujours négative ou nulle

15. (a)

x	-2	1	3
$f(x)$	2	-3	2
	\nearrow	\searrow	
		m	

(b) minimum (1,-3)

16. (a)

x	-2	-1	1	4
$f(x)$	1 ↘	0 ↗ m	2 ↘ M	-1

- (b) i. minimum (-1,0), maximum (1,2)
 ii. minimum (-1,0), maximum (1,2)
 iii. minimum (-1,0)

17. (a)

x	0	2	3	4,3	6
$f(x)$	-2 ↗	1 ↘ M	0 ↗ m	1,3 ↘ M	-2

- (b) i. minimum (3,0), maximum (2,1) et (4,1)
 ii. minimum (3,0), maximum (2,1)
 iii. aucun

(c) $f(2) = 1$

(d) Antécédents de -2 : 0 ; 6

18. (a)

x	0	2	4
$f(x)$	-2 ↗	1 ↘ M	-2

(b) $f(0) = -2, f(1) = -1, f(2) = 1, f(3) = -1$ et $f(4) = -2$

- (c) • Antécédents de -2 : 0 ; 4
 • Antécédents de -1 : 1 ; 3
 • Antécédents de 0 : 1.4 ; 2.4
 • Antécédents de 1 : 2

19. (a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$

- i. $dom_f = \mathbb{R}$
 ii. zéro(s) : $x = -3$ et $x = 1$
 iii. intersection avec Oy : $y = -3$
 iv. Fonction quelconque

(b) $f(x) = \frac{3}{x-2}$

- i. $dom_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
 ii. zéro(s) : aucun
 iii. intersection avec Oy : $y = -\frac{3}{2}$
 iv. Fonction quelconque

(c) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+4x-5}$

- i. $dom_f = \mathbb{R} \setminus \{-5, 1\}$
 ii. zéro(s) : $x = -\frac{1}{2}$
 iii. intersection avec Oy : $y = -\frac{1}{5}$
 iv. Fonction quelconque

(d) $f(x) = \sqrt{2x - 5}$

i. $\text{dom}_f = \left[\frac{5}{2}, +\infty\right[$

ii. zéro(s) : $x = \frac{5}{2}$

iii. intersection avec Oy : $0 \notin \text{dom}_f$

iv. Fonction quelconque

(e) $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x^2+4x+3}}$

i. $\text{dom}_f =]-3, -1[\cup]3, +\infty$

ii. zéro(s) : $x = 3$

iii. intersection avec Oy : $0 \notin \text{dom}_f$

iv. Fonction quelconque

(f) $f(x) = \frac{\sqrt{2x+5}}{\sqrt{2x^2-9x+4}}$

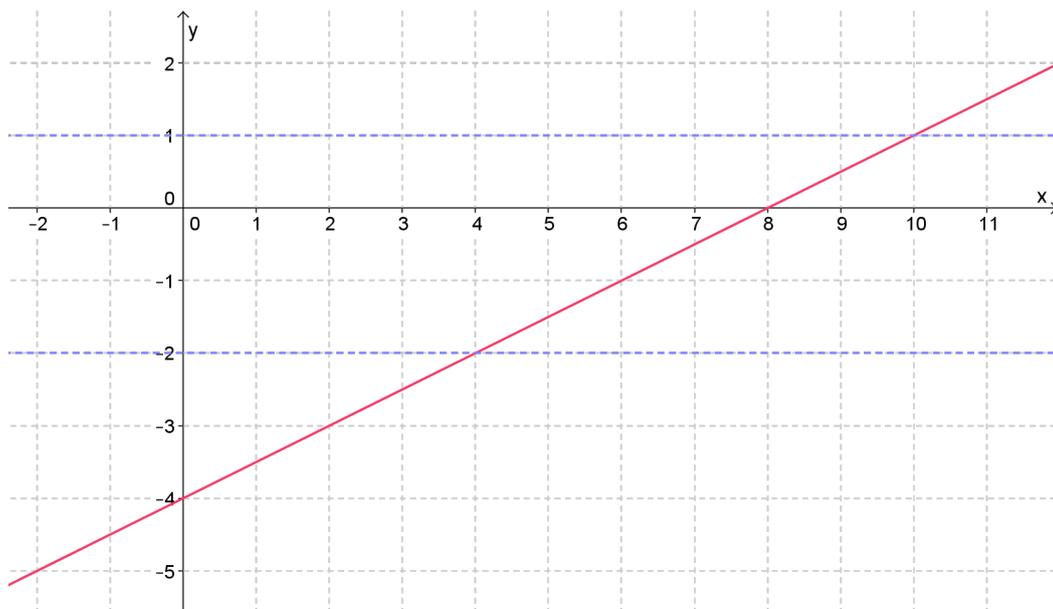
i. $\text{dom}_f = \left[-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right[\cup]4, +\infty$

ii. zéro(s) : $x = -\frac{5}{2}$

iii. intersection avec Oy : $y = \frac{\sqrt{5}}{2}$

iv. Fonction quelconque

20.



(a) $f(x) = -4 \Leftrightarrow x = 0$

(b) $f(x) \in [-2, 1] \Leftrightarrow x \in [4, 10]$

21. La fonction est :

- (a) paire
- (b) impaire
- (c) quelconque
- (d) paire

22. La fonction est :

- (a) quelconque
- (b) paire
- (c) impaire

23. (a) $f(1)=0$

- (b) zéros : $x = 1$ et $x = 3$
- (c) Antécédents de $\frac{5}{2}$: 0.6 et 4.6
- (d) $[0.8; 1.1] \cup [2.6; 3.3]$

24. (a) $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x+3}}$

- i. $\text{dom}_f =]-3, +\infty$
- ii. zéro(s) : $x = 2$
- iii. Fonction quelconque
- iv. $f(x)$ positive si $x \geq 2$

(b) $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2-x}$

- i. $\text{dom}_f = [-2, +\infty \setminus \{0, 1\}$
- ii. zéro(s) : $x = -2$
- iii. Fonction quelconque
- iv. $f(x)$ positive si $x \in [-2, 0[\cup]1, +\infty$

(c) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x-2}}{x^3+2x^2-16x-32}$

- i. $\text{dom}_f = -\infty, -4[\cup]-4, -2[\cup]1, 4[\cup]4, +\infty[$
- ii. zéro(s) : $x = 1$ ($x = -2$ est rejeté du domaine)
- iii. Fonction quelconque
- iv. $f(x)$ positive si $x \in]-4, -2[\cup]4, +\infty$

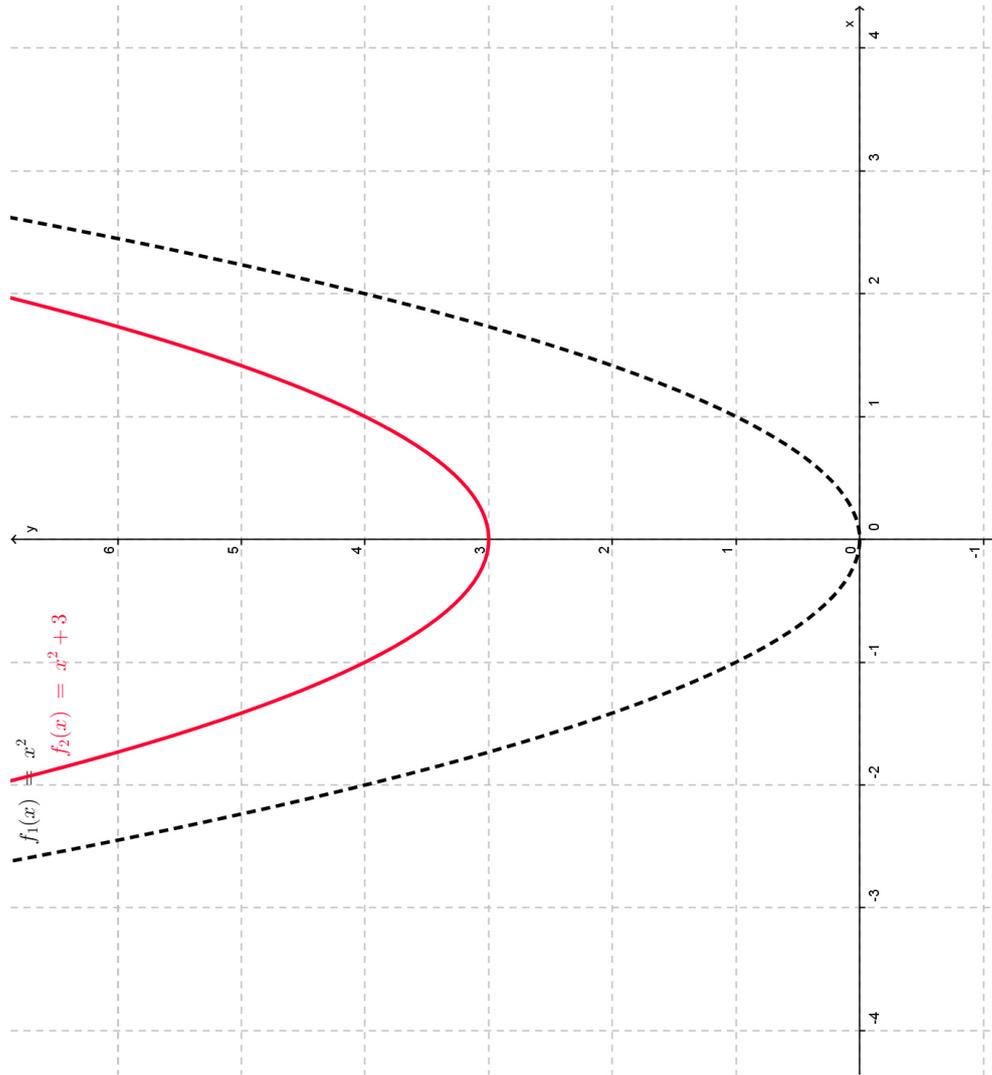
(d) $f(x) = \frac{x^3+1}{\sqrt{2x^2+x-3}}$

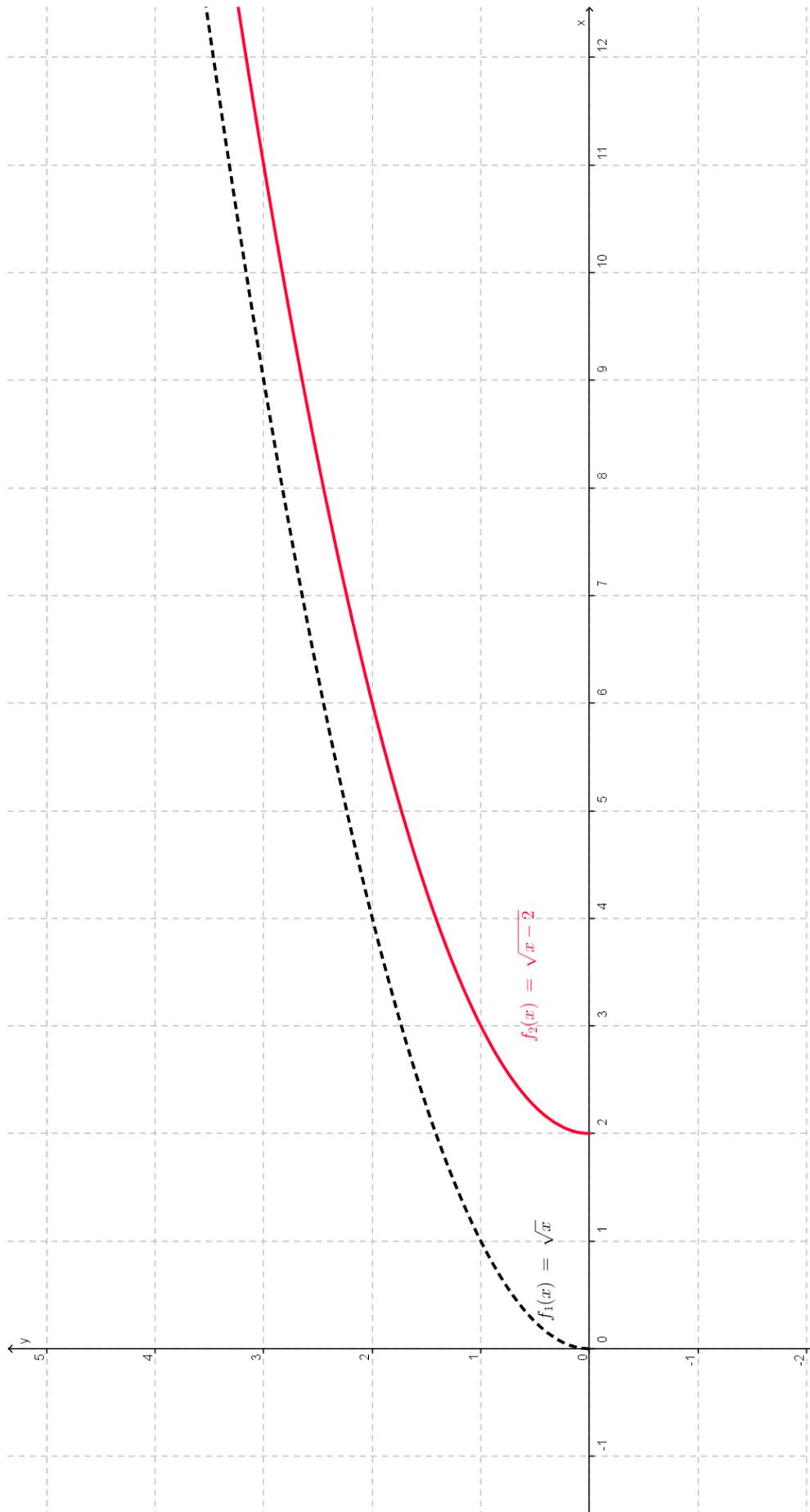
- i. $\text{dom}_f = -\infty, -\frac{3}{2}[\cup]1, +\infty$
- ii. zéro(s) : aucun ($x = -1$ est rejeté du domaine)
- iii. Fonction quelconque
- iv. $f(x)$ positive si $x \in]1, +\infty$

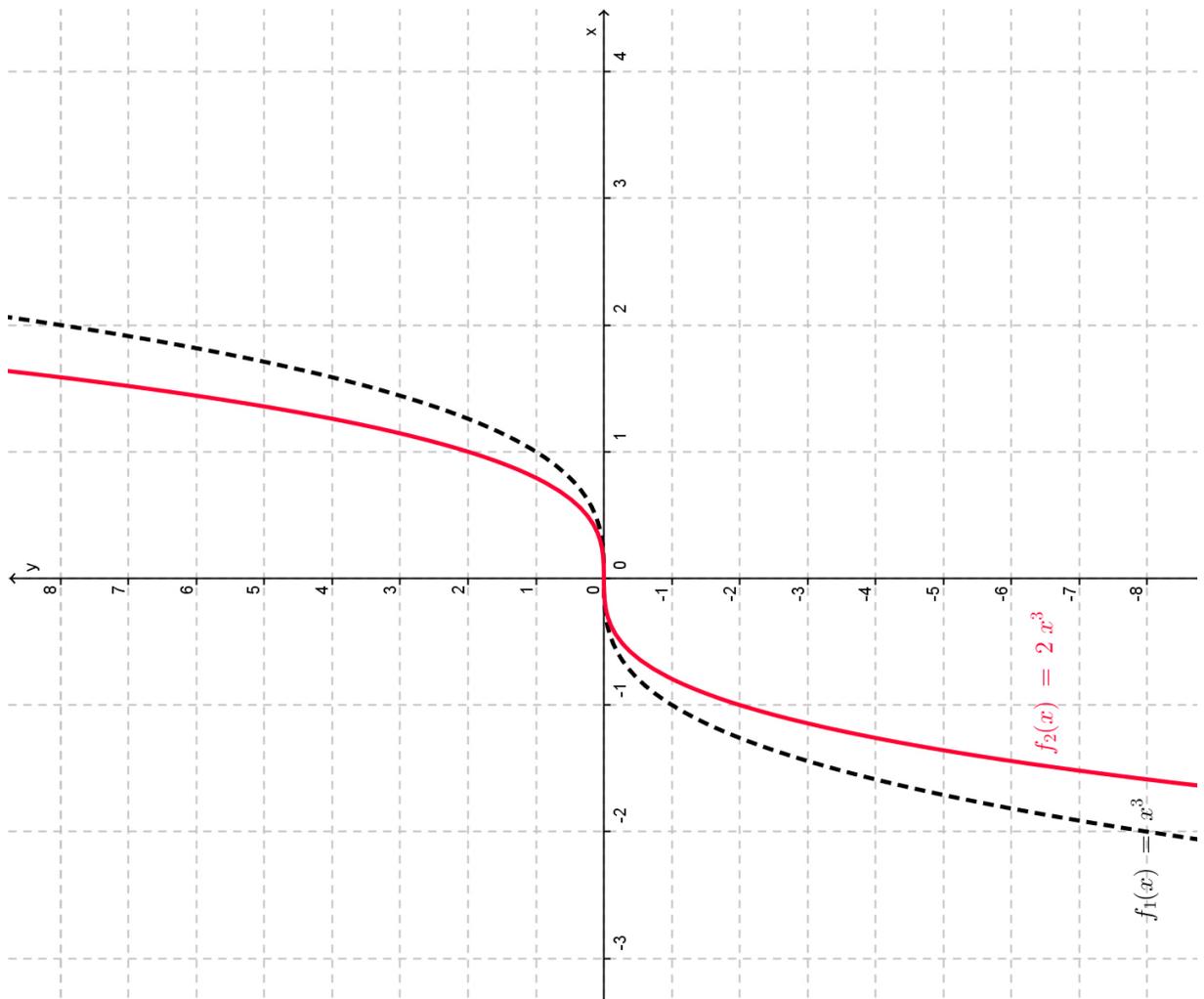
25.

N°	$f(x)$	Fonction de base	Op. alg.	x	$f(x)$
1	$f(x) = x^2 - 4$	x^2	-4		X
2	$f(x) = \frac{3}{x}$	$\frac{1}{x}$	*3		X
3	$f(x) = \sqrt[3]{x-3}$	$\sqrt[3]{x}$	-3	X	
4	$f(x) = \frac{1}{5x}$	$\frac{1}{x}$	*5 ou ÷5	X	X
5	$f(x) = 2(x-3)^2$	x^2	*2 -3	X	X
6	$f(x) = 4x^2 + 1$	x^2	*4 +1		X X
7	$f(x) = -2x^2 + 5$	x^2	*(-1) *2 +5		X X X
8	$f(x) = 3 - \sqrt{2x}$	\sqrt{x}	*2 *(-1) +3	X	X X
9	$f(x) = (2-3x)^3 - 2$	x^3	*(-1) *3 +2 -2	X X X	X
10	$f(x) = 1 - 2\sqrt{2x-1}$	\sqrt{x}	*2 -1 *2 *(-1) +1	X X	X X X

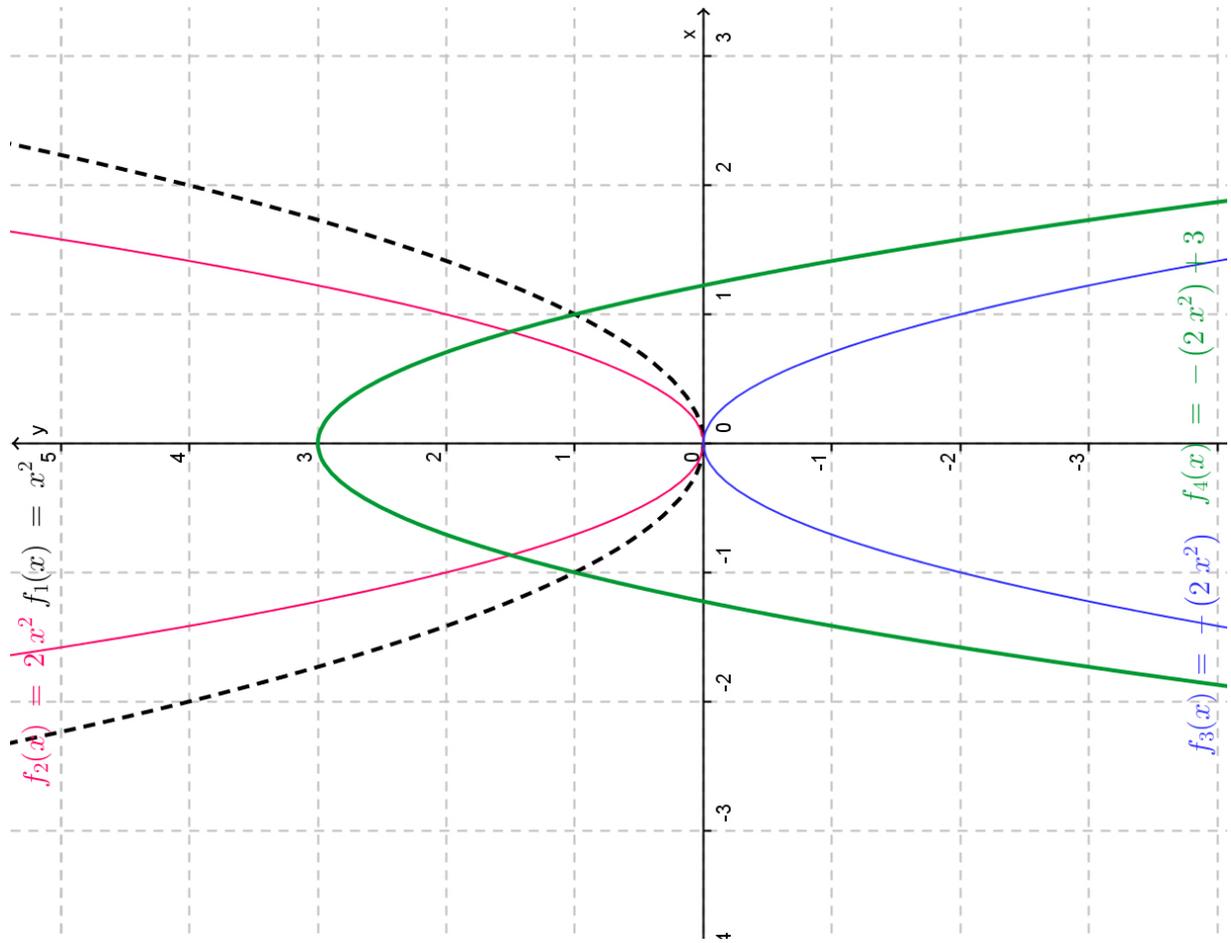
26.

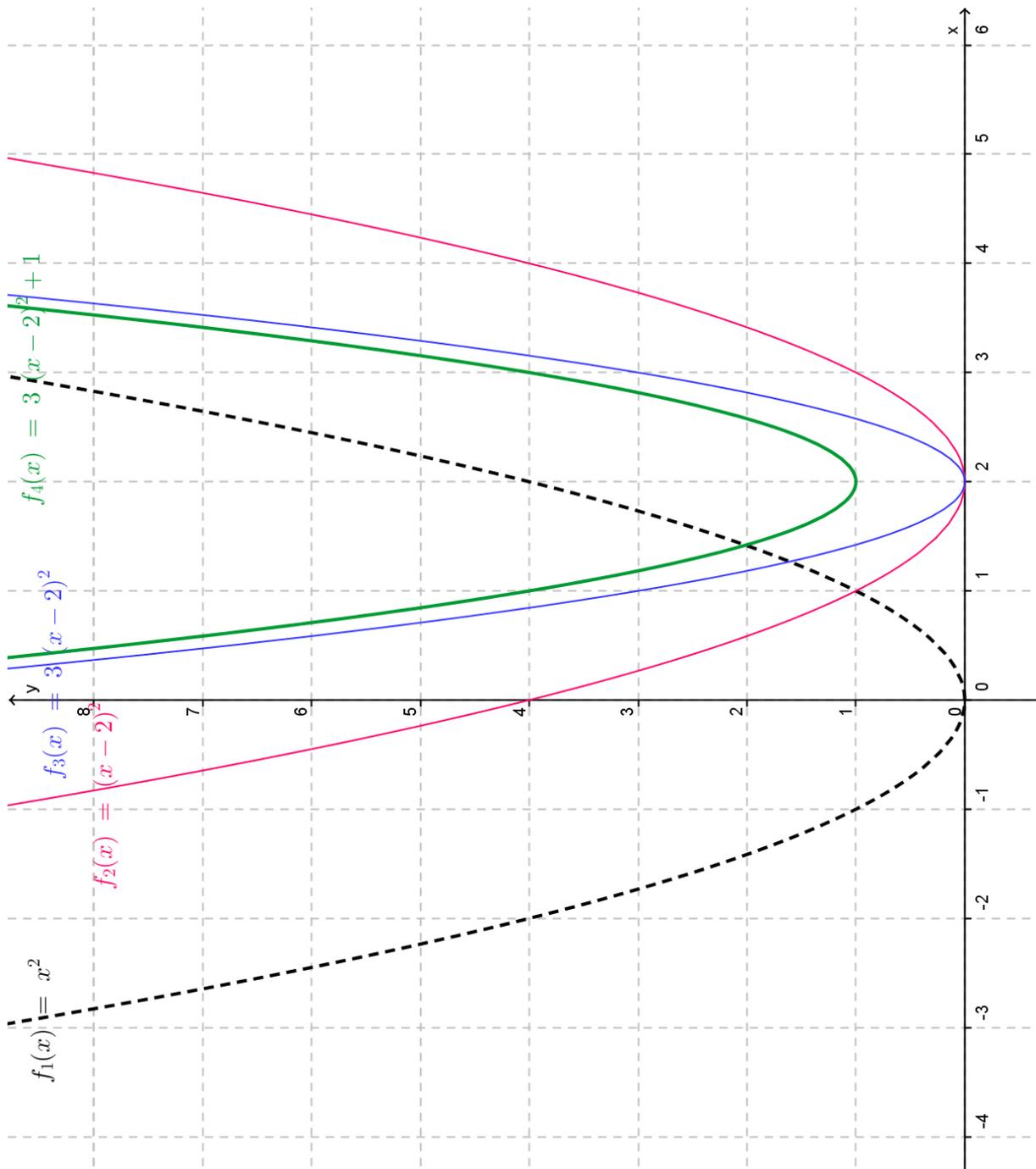




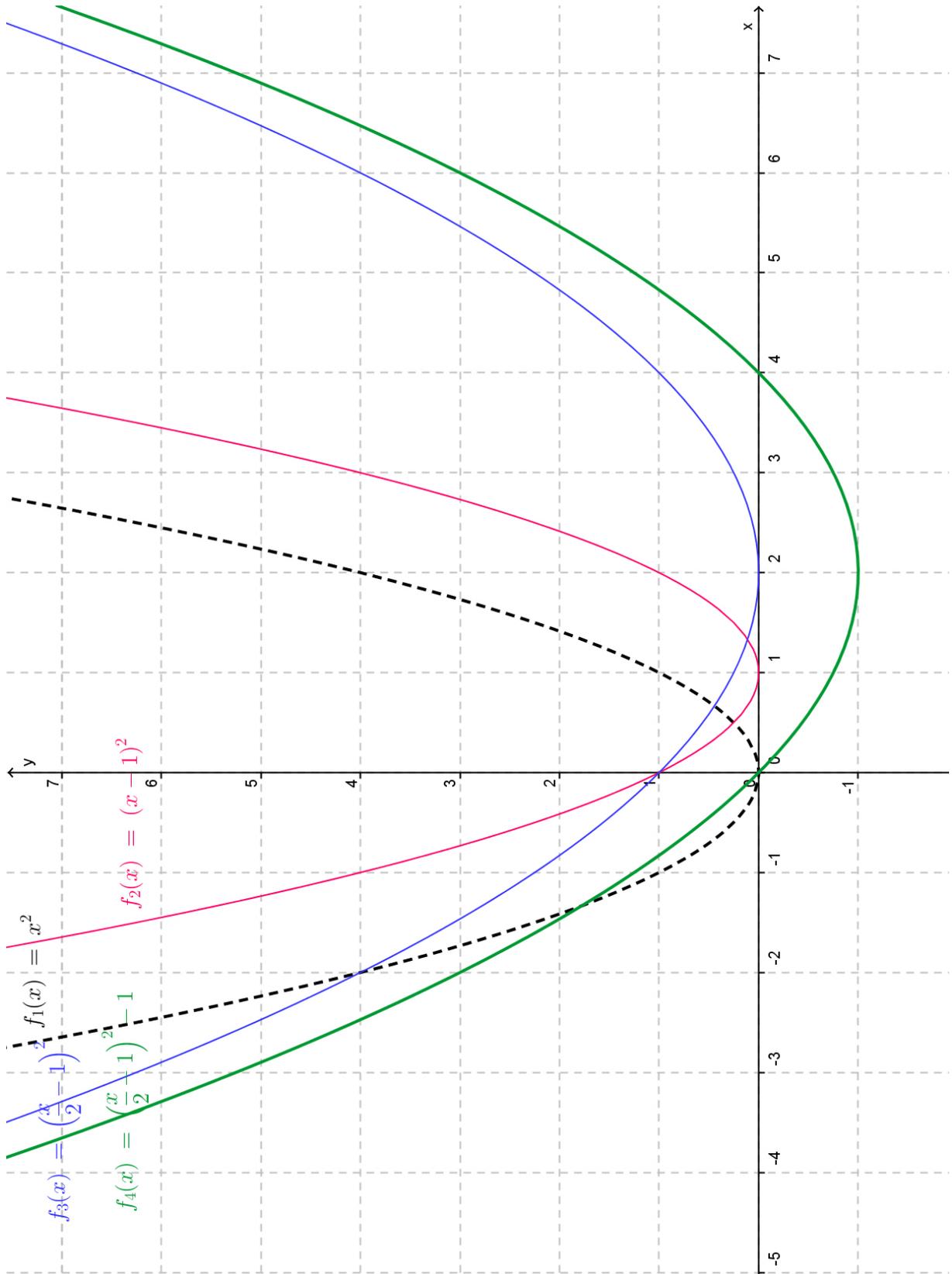


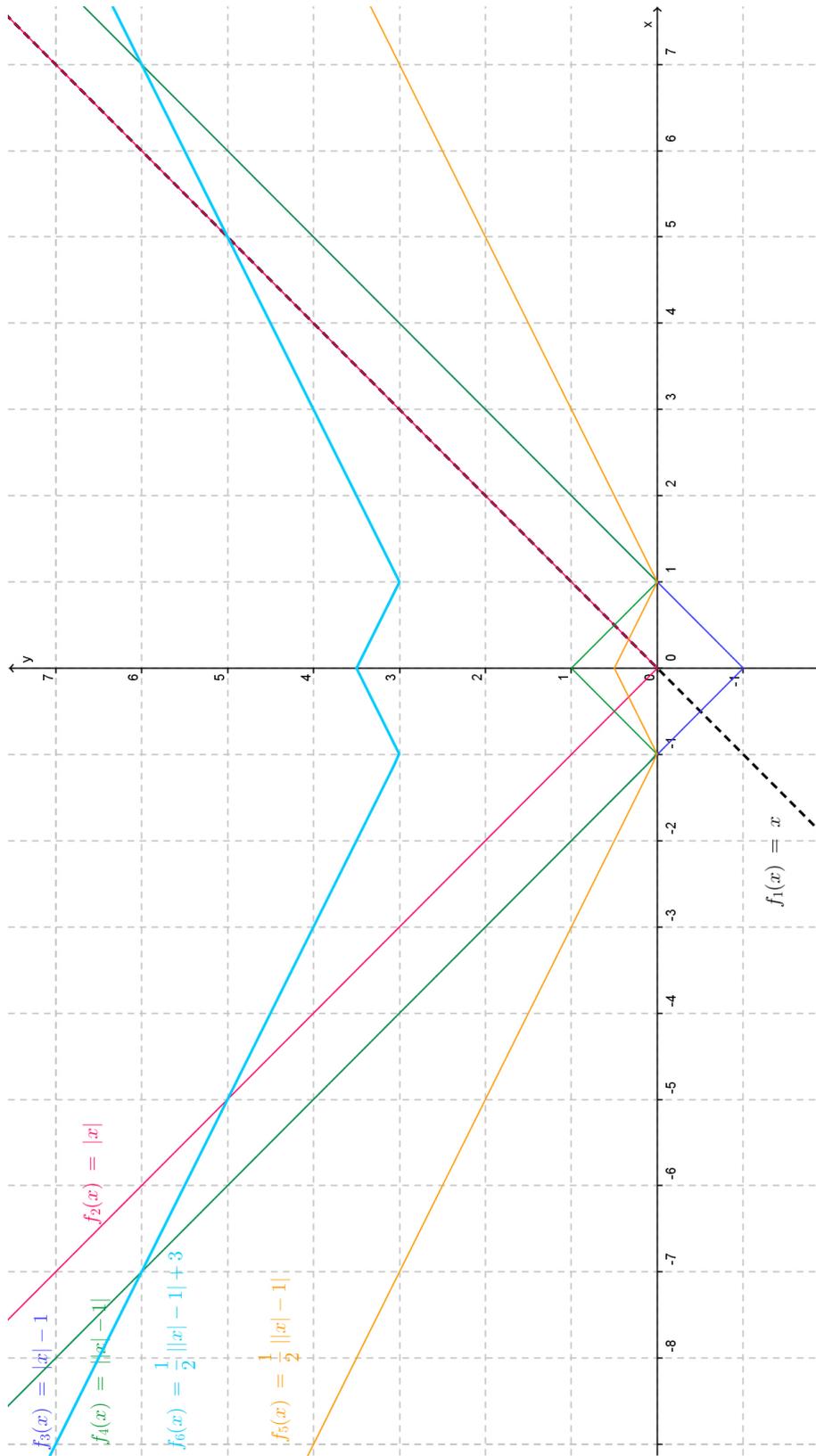




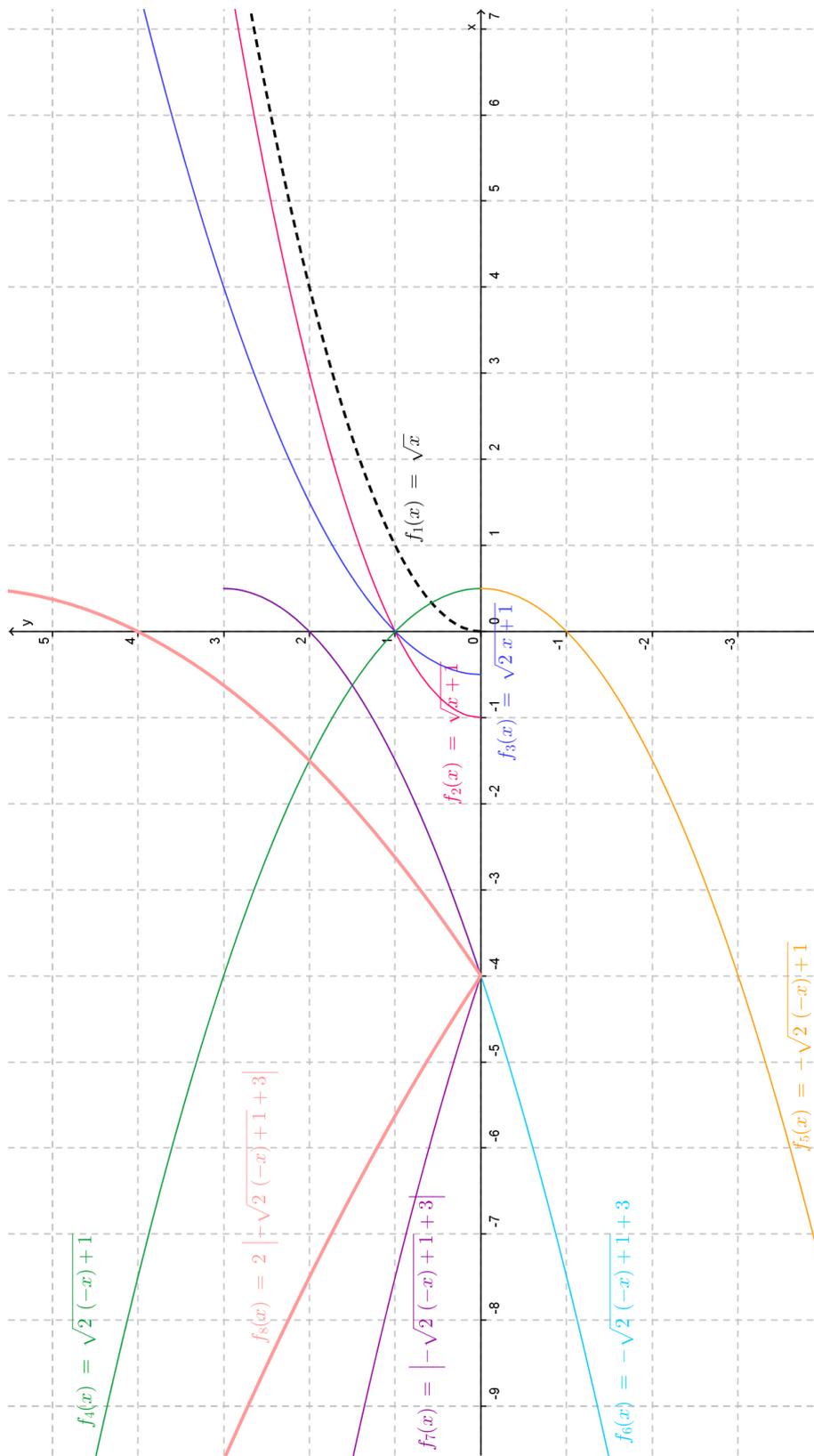


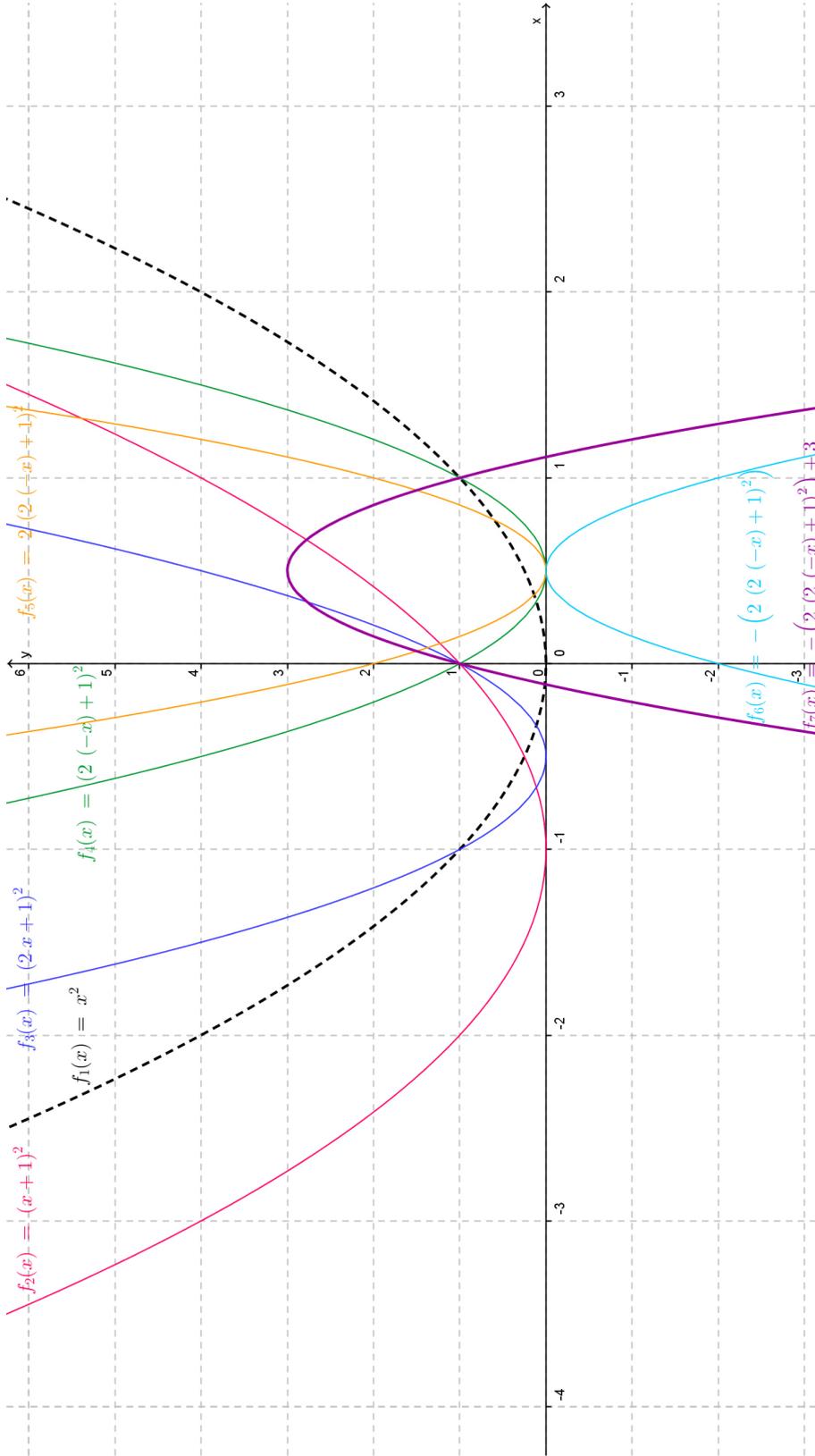
EXERCICES



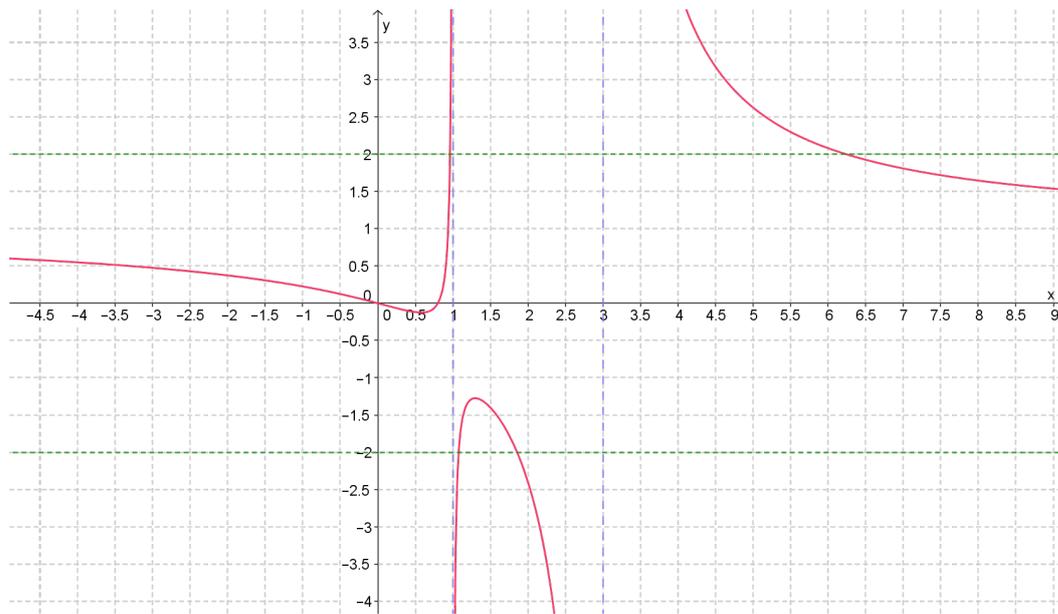








27.



- (a) $x = 0$ et $x \approx 0.8$
 (b) $x \approx 0.95$ et $x \approx 6.2$
 (c) $-\infty, 0.95[\cup]1, 3[\cup]6.2, +\infty$
 (d) $-\infty, 1[\cup]1.2, 1.8[\cup]3, +\infty$