**Nom, Prénom:**

# Devoir surveillé n°11 - Solutions

## Les asymptotes

## Série A

Le 28 mai 2025 Classe: 5AC

.../10 1. On donne la fonction $f(x) = 2x - 1 - \sqrt{4x^2+2x-1}$. Déterminer les équations des asymptotes de $f(x)$.

- $dom_f = -\infty, \dfrac{-1-\sqrt{5}}{4}\Bigg] \cup \Bigg] \dfrac{-1+\sqrt{5}}{4}, +\infty$. Il n'y a donc pas d'AV.
- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \infty - \infty$ F.I.

$$\begin{aligned}
&= \lim_{x\to+\infty} \frac{\left[2x-1-\sqrt{4x^2+2x-1}\right]\left[2x-1-\sqrt{4x^2+2x-1}\right]}{\left[2x-1+\sqrt{4x^2+2x-1)}\right]}\\
&= \lim_{x\to+\infty} \frac{4x^2-4x+1-(4x^2+2x-1)}{\left[2x-1+\sqrt{4x^2+2x-1}\right]}\\
&= \lim_{x\to+\infty} \frac{-6x+2}{\left[2x-1+\sqrt{4x^2+2x-1}\right]} = \frac{\infty}{\infty} \quad \text{F.I.}\\
&= \lim_{x\to+\infty} \frac{-6x}{\left[2x+\sqrt{4x^2}\right]} = \lim_{x\to+\infty} \frac{-6x}{[2x+|2x|]} = \lim_{x\to+\infty} \frac{-6x}{[2x+2x]} = -\frac{3}{2}
\end{aligned}$$

Il y a donc une $AH_d \equiv y = -\dfrac{3}{2}$.

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$. Il n'y a donc pas d'$AH_g$. Cherchons l'AO.

$$\begin{aligned}
m &= \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{\infty}{\infty} \quad \text{F.I.}\\
&= \lim_{x\to-\infty} \frac{2x-\sqrt{4x^2}}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x-|2x|}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x+2x}{x} = 4\\
p &= \lim_{x\to-\infty} [f(x)-4x] = \lim_{x\to-\infty} \left[-2x-1-\sqrt{4x^2+2x-1}\right] = \infty - \infty \quad \text{F.I.}\\
&= \lim_{x\to-\infty} \frac{\left[-2x-1-\sqrt{4x^2+2x-1}\right]\left[-(2x+1)+\sqrt{4x^2+2x-1}\right]}{\left[-(2x+1)+\sqrt{4x^2+2x-1}\right]}\\
&= \lim_{x\to-\infty} \frac{(4x^2+4x+1)-(4x^2+2x-1)}{\left[-(2x+1)+\sqrt{4x^2+2x-1}\right]}\\
&= \lim_{x\to-\infty} \frac{2x+2}{\left[-(2x+1)+\sqrt{4x^2+2x-1}\right]} = \frac{\infty}{\infty} \quad \text{F.I.}\\
&= \lim_{x\to-\infty} \frac{2x}{\left[-2x+\sqrt{4x^2}\right]} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x}{[-2x+|2x|]} = \lim_{x\to-\infty} \frac{+2x}{[-2x-2x]} = -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

Il y a donc une $AO_g \equiv y = 4x - \frac{1}{2}$.

2. On donne la fonction $g(x) = \frac{8x - x^2}{1 - 2x}$.

.../10 3. Déterminer l'équation des asymptotes de $g(x)$.

- $\text{dom}_g = \mathbb{R} \backslash \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ et $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} g(x) = \frac{3}{0} = \pm\infty$. Il y a donc une AV$\equiv x = \frac{1}{2}$.
-
$$\lim_{x \to \pm\infty} g(x) = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{8x - 4x^2}{1 - 2x} = \frac{\infty}{\infty} \quad \text{F.I.}$$
$$= \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-x^2}{-2x} = \pm\infty$$

  Il n'y a donc pas d'AH.
- En appliquant à nouveau les formules de Cauchy, obtient un AO d'équation $y = \frac{x}{2} - \frac{15}{4}$.

## Nom, Prénom:

**Devoir surveillé n°11 - Solutions**

**Les asymptotes**

**Série B**

Le 28 mai 2025 Classe: 5AC

.../10 1. On donne la fonction $f(x) = \dfrac{8x - x^2}{-1 - 2x}$. Déterminer l'équation des asymptotes de $f(x)$.
cf série A

.../10 2. On donne la fonction $g(x) = 2x - 1 - \sqrt{4x^2 - 2x - 2}$. Déterminer les équations des asymptotes de $g(x)$. cf série A