Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°12 - Solutions

Dérivées

Série A

Le 2 juin 2025 — Classe: 5AC

.../3 1. En utilisant la ***définition*** du nombre dérivé, écrire l'équation de la tangente à la courbe d'équation $y = x^3$ au point d'abscisse -2.

On a $f(-2) = -8$ et $f'(-2) = \lim_{x\to -2} \dfrac{x^3+8}{x+2} = \dfrac{0}{0}$ F.I. $= \lim_{x\to -2} \dfrac{(x+2)(x^2-2x+4)}{x+2} = 12$.
L'équation de la tangente est donc $t \equiv y + 8 = 12(x+2)$ ou

$$t \equiv y = 12x + 16$$

.../14 2. Calculer les dérivées suivantes dans lesquelles a et b représentent des ***constantes***. Factoriser au maximum les résultats.

(a) $f(x) = \dfrac{\sqrt{ax}}{1+x}$

$$f'(x) = \frac{(\sqrt{ax})'(1+x) - \sqrt{ax}(1+x)'}{(1+x)^2} = \frac{\left(\frac{(ax)'}{2\sqrt{ax}}\right)(1+x) - \sqrt{ax}}{(1+x)^2}$$
$$= \frac{(a(1+x) - 2ax}{2\sqrt{ax}(1+x)^2} = \frac{a - ax}{2\sqrt{ax}(1+x)^2}$$

(b) $f(t) = \dfrac{\frac{a^2\pi}{\sqrt[4]{b}}}{1 + \frac{b^2}{a^3}}$

$f'(t) = 0$ ($f(\mathbf{t})$ est constante!!)

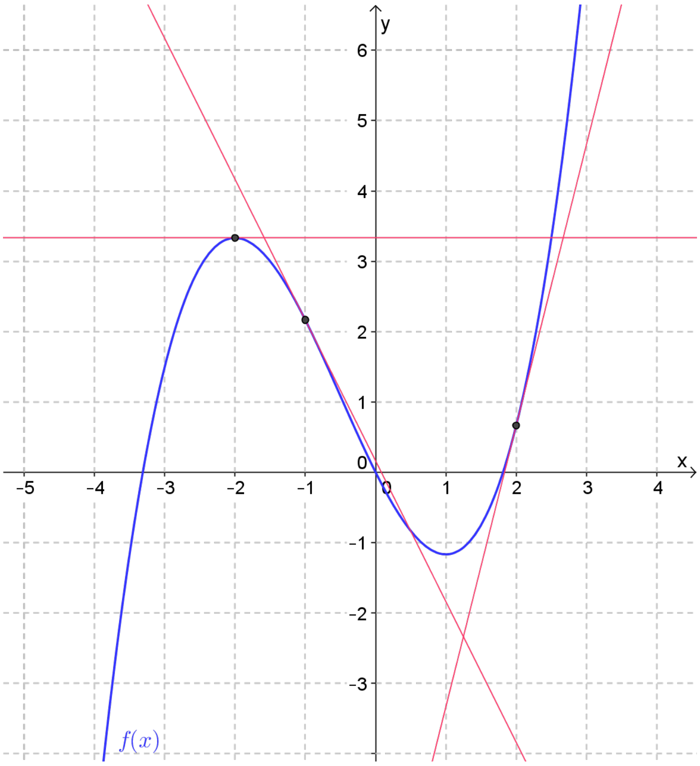
(c) $f(x) = (x+1)^3(x^2+4)^4$

$f'(x) = \left[(x+1)^3\right]'(x^2+4)^4 + (x+1)^3\left[(x^2+4)^4\right]' = 3(x+1)^2(x^2+4)^4 + (x+1)^3 4(x^2+4)^3(2x) = (x+1)^2(x^2+4)^3\left[3(x^2+4) + 8x(x+1)\right] = (x+1)^2(x^2+4)^3\left[11x^2+8x+12\right]$

(d) $f(x) = \dfrac{1}{(3x+1)^5} - \sqrt[4]{x^5}$

$$f'(x) = -\frac{\left[(3x+1)^5\right]'}{(3x+1)^{10}} - (x^{\frac{5}{4}})' = -\frac{5(3x+1)^4.3}{(3x+1)^{10}} - \frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}} = -\frac{15}{(3x+1)^6} - \frac{5}{4}\sqrt[4]{x}$$

.../3 3. On donne le graphe de la fonction $f(x)$.



Déterminer une ***valeur approchée*** de $f'(-2)$, $f'(-1)$ et $f'(2)$.
En traçant les tangentes sur le graphe de la fonction et en lisant leurs coefficients angulaire, on obtient $f'(-2) = 0$, $f'(-1) = -2$ et $f'(2) = 4$.

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°12 - Solutions

Dérivées

Série B

Le 2 juin 2025 Classe: 5AC

LES DÉVELOPPEMENTS SONT SIMILAIRES À CEUX DE LA SÉRIE A

.../3 1. En utilisant la ***définition*** du nombre dérivé, écrire l'équation de la tangente à la courbe d'équation $y = x^3$ au point d'abscisse 2.

$$t \equiv y = 12x - 16$$

.../14 2. Calculer les dérivées suivantes dans lesquelles a et b représentent des ***constantes***. Factoriser au maximum les résultats.

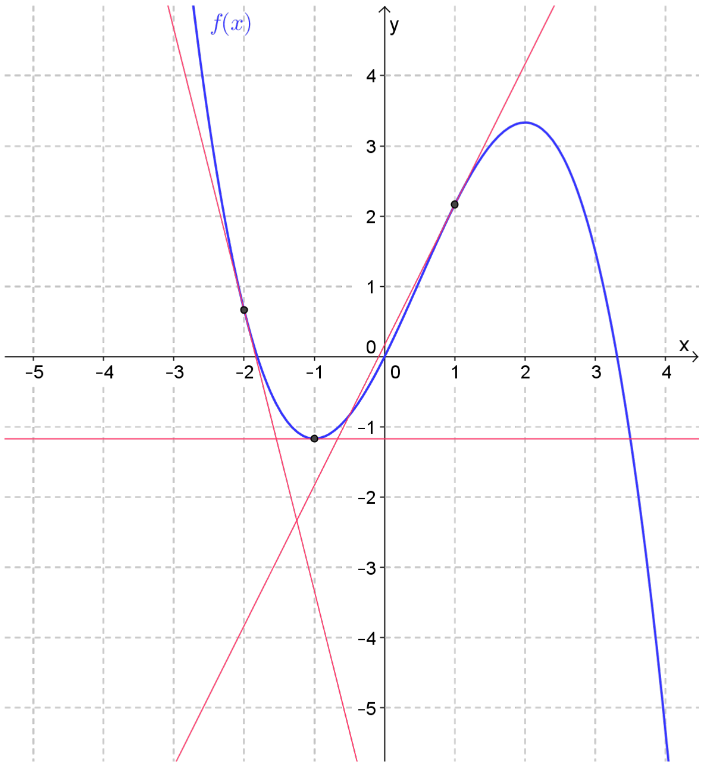
(a) $f(x) = \dfrac{\sqrt{bx}}{1-x}$
$f'(x) = \dfrac{b + bx}{2\sqrt{bx}(1-x)^2}$

(b) $f(t) = \dfrac{1 + \dfrac{a^3}{b^2}}{\dfrac{\sqrt[4]{b}}{a^2\pi}}$
$f'(t) = 0$ ($f(\mathbf{t})$ est constante!!)

(c) $f(x) = (x-2)^3(x^2+6)^4$
$f'(x) = (x-2)^2(x^2+6)^3\,[11x^2 - 16x + 18]$

(d) $f(x) = \sqrt[6]{x^8} - \dfrac{1}{(4x-3)^7}$
$f'(x) = \dfrac{28}{(4x-3)^8} + \dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

.../3 3. On donne le graphe de la fonction $f(x)$.



Déterminer une ***valeur approchée*** de $f'(-2)$, $f'(-1)$ et $f'(1)$.
$f'(-2) = -4$, $f'(-1) = 0$ et $f'(1) = 2$