Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°2 - Solutions

Rappel 4ème : second degré

Le 19 septembre 2024 Classe: 5A

.../6 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$

$$\frac{2x}{x+2} - \frac{x-5}{3x+1} \geq 3$$

L'inéquation devient, après simplification et factorisation :

$$-\frac{4(x^2+4x-1)}{(x+2)(3x+1)} \geq 0$$

dont le tableau de signe est

x		$-\sqrt{5}-2$		-2		$-\frac{1}{3}$		$\sqrt{5}-2$	
-4	-		-		-		-		-
x^2-4x+1	+	0	-		-		-	0	+
D	+		+	0	-	0	+		+
I	-	0	+	$\nexists$	-	$\nexists$	+	0	-

La solution est $\left[-\sqrt{5}-2, -2\right[\cup \left]-\frac{1}{3}, \sqrt{5}-2\right]$

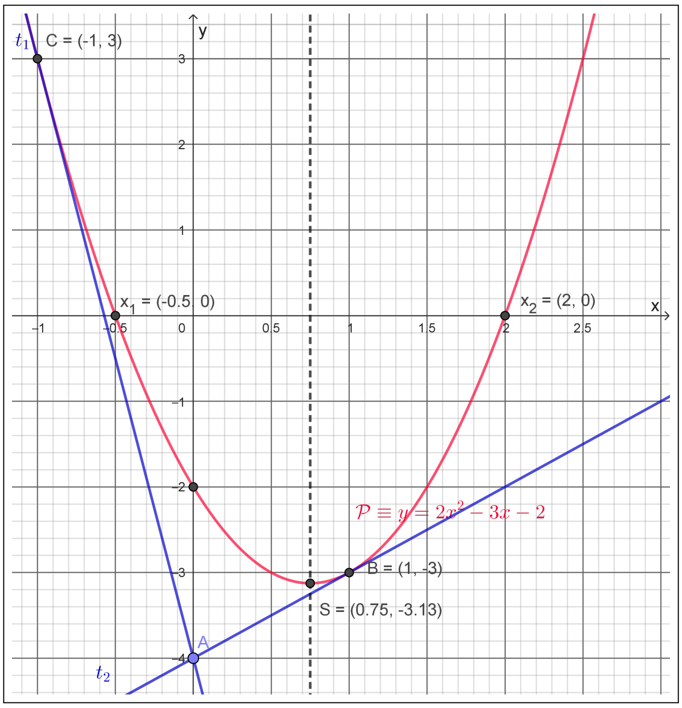
2. On donne la parabole d'équation $\mathcal{P} \equiv y = 2x^2 - 3x - 2$

.../5 (a) Dessiner la parabole après avoir déterminé ses caractéristiques.

Les caractéristiques sont :

- sommet S : $\left(\frac{3}{4}; -\frac{25}{8}\right)$
- $AS \equiv x = \frac{3}{4}$
- $\cap Ox$: $(2, 0)$ et $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$
- $\cap Oy$: $(0, -2)$
- $a > 0$: le sommet est un minimum

Le graphe de la parabole est situé ci-dessous.



.../6 (b) Ecrire les équations des tangentes à la parabole passant par le point $A(0, -4)$

Une droite passant par le point A a une équation générale du type

$$y + 4 = mx \text{ ou } y = mx - 4$$

Les points d'intersection entre la droite et la parabole sont donnés par

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 3x - 2 \ (1) \\ y = mx - 4 \ (2) \end{cases}$$

En injectant la seconde équation dans la première, on obtient, après simplification :

$$2x^2 - (3 + m)x + 2 = 0 \ (3)$$

En exprimant que le Δ de cette équation est nul (condition de tangence), on obtient l'équation :

$$m^2 + 6m - 7 = 0$$

dont les solutions sont $m = 1$ et $m = -7$.
Les équations des tangentes sont :

$$\begin{cases} y = x - 4 \\ y = -7x - 4 \end{cases}$$

.../3 (c) Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre la parabole et les tangentes trouvées ci-dessus.

L'équation (3) donne les abscisses des points d'intersection entre la tangente et la parabole. Remplaçons d'abord m par 1. L'équation devient $2x^2 - 4x + 2 = 0$ dont la solution est $x = 1$. En injectant cette valeur dans l'équation (2) du système, on obtient $y = -3$.
En effectuant de même avec $m = 7$, on trouve le point de coordonnées $(-1, 3)$.