



Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°4 - Solutions

Rappel de trigonométrie de 4<sup>ème</sup>

Le 10 octobre 2024

Classe: 5A

.../5 1. Connaissant la valeur de  $\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$ , calculer la valeur exacte de  $\sin \frac{\pi}{8}$ .

En déduire la valeur exacte de  $\cos \frac{11\pi}{8}$ .

$$\begin{aligned}\sin \frac{\pi}{8} &= \sqrt{\frac{1}{1 + \cot^2 \frac{\pi}{8}}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1}{\tan^2 \frac{\pi}{8}}}} = \sqrt{\frac{\tan^2 \frac{\pi}{8}}{1 + \tan^2 \frac{\pi}{8}}} \\ &= \sqrt{\frac{3 - 2\sqrt{2}}{1 + 3 - 2\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{3 - 2\sqrt{2}}{4 - 2\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{3 - 2\sqrt{2}}{4 - 2\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{2}}{4 + 2\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{2}}{8}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}\end{aligned}$$

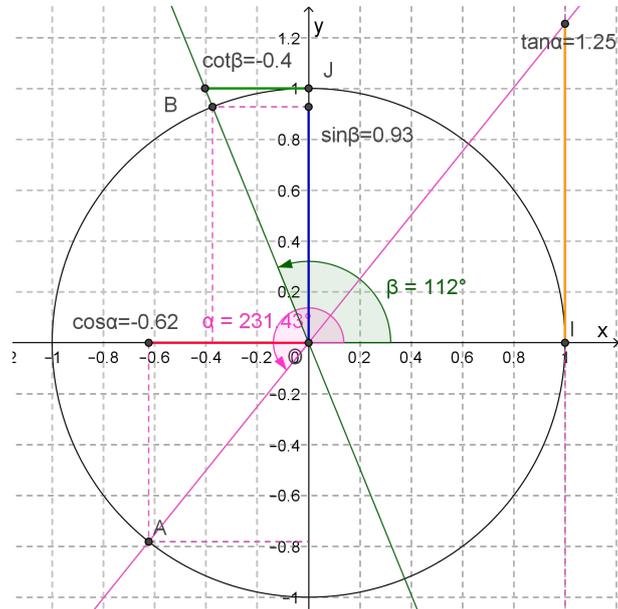
De plus  $\cos \frac{11\pi}{8} = -\sin \frac{\pi}{8} = -\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$  (il suffit de représenter les deux angles dans un cercle trigonométrique).

.../5 2. Simplifier l'expression  $E(x) = \frac{\tan(a + \frac{5\pi}{2})}{\sin(3\pi - a)} - \frac{\tan(a - 5\pi)}{\sin(a - \frac{7\pi}{2})}$ . Justifier complètement le résultat.

$$E(x) = \frac{-\cot a}{\sin a} - \frac{-\tan a}{-\cos a} = -\frac{\cos a}{\sin^2 a} - \frac{\sin a}{\cos^2 a}$$

.../4 3.

- (a) Placer sur un cercle trigonométrique le point représentatif des angles  $\alpha = -\frac{5\pi}{7}$  et  $\beta = 112^\circ$ .
- (b) Lire et l'indiquer sur le cercle une valeur approchée de  $\cos \alpha$ ,  $\tan \alpha$ ,  $\sin \beta$  et  $\cot \beta$ .



- .../3 4. Un angle de  $35^\circ 17' 38''$  est inscrit dans un cercle de 15cm de rayon. Quelle est la longueur de l'arc de cercle intercepté par cet angle ?  
La conversion de l'amplitude de l'angle inscrit en radian donne :

$$35^\circ 17' 38'' = \left( 35 + \frac{17}{60} + \frac{38}{3600} \right) \cdot \frac{\pi}{180} \approx 0,616$$

L'amplitude de l'angle au centre vaut donc le double de cette amplitude soit  $\alpha \approx 1,232$ .  
La longueur de l'arc est donnée par  $l = R \cdot \alpha = 15 \cdot 1,232 \approx 18,48 \text{ cm}$ .

- .../3 5. Montrer que  $\frac{\sin a + \cos a}{\sin a - \cos a} = \frac{\tan a + 1}{\tan a - 1}$ .  
On a :

$$\begin{aligned} \frac{\sin a + \cos a}{\sin a - \cos a} &= \frac{\tan a + 1}{\tan a - 1} \\ \Leftrightarrow \frac{\sin a + \cos a}{\sin a - \cos a} &= \frac{\frac{\sin a}{\cos a} + 1}{\frac{\sin a}{\cos a} - 1} \\ &= \frac{\frac{\cos a}{\sin a + \cos a}}{\frac{\cos a}{\sin a - \cos a}} \\ \Leftrightarrow \frac{\sin a + \cos a}{\sin a - \cos a} &= \frac{\cos a}{\sin a - \cos a} \\ \Leftrightarrow \frac{\sin a + \cos a}{\sin a - \cos a} &= \frac{\cos a}{\sin a - \cos a} \end{aligned}$$