Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°8 - Solutions

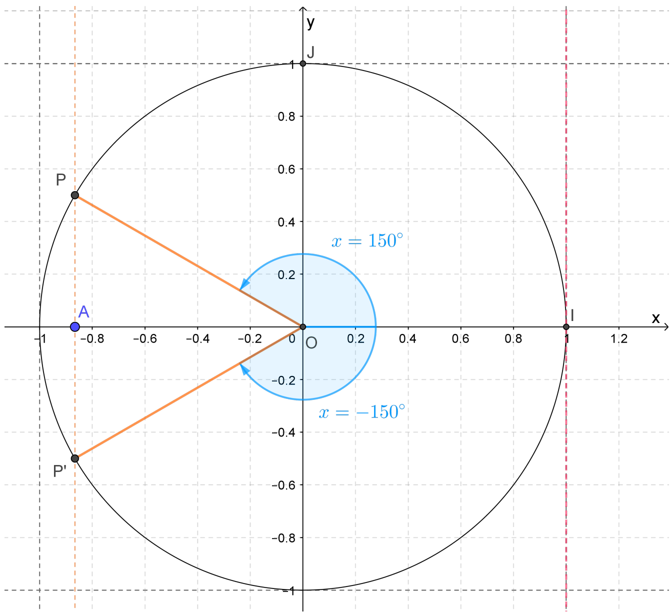
Equations trigonométriques élémentaires

Série A

Le 24 mars 2025 Classe: 5AC

.../5 1. Résoudre ***graphiquement*** l'équation $2\cos x + \sqrt{3} = 0$. On donnera les solutions en degré.

L'équation s'écrit $\cos x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. La représentation graphique est donnée ci-dessous :



La solution est : $S_g : \{-150° + k.360°, 150° + k.360° | k \in \mathbb{Z}\}$

2. Résoudre les équations suivantes. On exprimera les solutions générales ainsi que les solutions sur l'intervalle $[0, 2\pi[$.

.../5 (a) $2\tan x - \sqrt{5} = \sqrt{2}\tan x$

En isolant $\tan x$, on a $\tan x = \dfrac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{2}}$. Les solutions de cette équation sont :

$$x = 1,315 + k/pi$$

où $1,315 = \tan^{-1}\dfrac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{2}}$. Les solutions de cette équation sont donc :

$$\begin{cases} S_g : \{1,315 + k/pi | k \in \mathbb{Z}\} \\ S_p : \{1,315; 4,456\} \end{cases}$$

.../5 (b) $\sin\left(3x - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

On a

$$\begin{cases} 3x - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ 3x - \frac{2\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$$

ou, en isolant x :

$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$$

Les solutions de cette équation sont donc :

$$\begin{cases} S_g : \left\{\frac{5\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}, \frac{\pi}{2} + \frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\} \\ S_p : \left\{\frac{5\pi}{18}, \frac{\pi}{2}, \frac{17\pi}{18}, \frac{7\pi}{6}, \frac{29\pi}{18}, \frac{11\pi}{6}\right\} \end{cases}$$

.../5 (c) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right)$

On a :

$$\begin{cases} 2x + \frac{\pi}{5} = \frac{3\pi}{4} - 3x + 2k\pi \\ 2x + \frac{\pi}{5} = \pi - \left(\frac{3\pi}{4} - 3x\right) + 2k\pi \end{cases}$$

ou, en isolant x :

$$\begin{cases} 5x = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{5} + 2k\pi \\ -x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{5} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{100} + \frac{2k\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{20} + 2k\pi \end{cases}$$

Les solutions de cette équation sont donc :

$$\begin{cases} S_g : \left\{\frac{11\pi}{100} + \frac{2k\pi}{5}, \frac{\pi}{20} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \\ S_p : \left\{\frac{\pi}{20}, \frac{11\pi}{100}, \frac{51\pi}{100}, \frac{91\pi}{100}, \frac{131\pi}{100}, \frac{171\pi}{100}\right\} \end{cases}$$

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°8 - Solutions

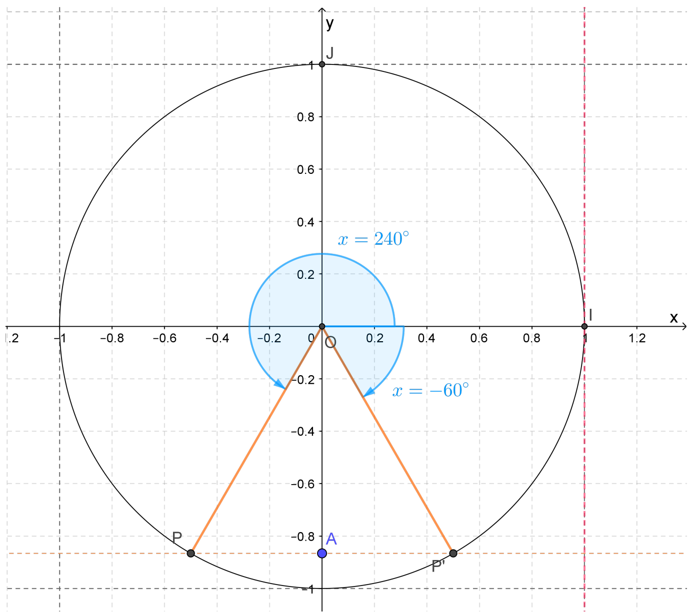
Equations trigonométriques élémentaires

Série B

Le 24 mars 2025 Classe: 5AC

.../5 1. Résoudre ***graphiquement*** l'équation $\sqrt{3} + 2\sin x = 0$. On donnera les solutions en degré.

L'équation s'écrit $\sin x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. La représentation graphique est donnée ci-dessous :



La solution est : S_g : $\{-60° + k.360°, 240° + k.360° | k \in \mathbb{Z}\}$

2. Résoudre les équations suivantes. On exprimera les solutions générales ainsi que les solutions sur l'intervalle $[0, 2\pi[$.

.../5 (a) $\sin\left(3x - \dfrac{2\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2}$

On a

$$\begin{cases} 3x - \dfrac{2\pi}{3} = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi \\ 3x - \dfrac{2\pi}{3} = \dfrac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$$

ou, en isolant x :

$$\begin{cases} x = \dfrac{5\pi}{18} + \dfrac{2k\pi}{3} \\ x = \dfrac{\pi}{2} + \dfrac{2k\pi}{3} \end{cases}$$

Les solutions de cette équation sont donc :

$$\begin{cases} S_g : \left\{ \dfrac{5\pi}{18} + \dfrac{2k\pi}{3}, \dfrac{\pi}{2} + \dfrac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z} \right\} \\ \\ S_p : \left\{ \dfrac{5\pi}{18}, \dfrac{\pi}{2}, \dfrac{17\pi}{18}, \dfrac{7\pi}{6}, \dfrac{29\pi}{18}, \dfrac{11\pi}{6} \right\} \end{cases}$$

.../5 (b) $\sqrt{2}\tan x + \sqrt{5} = 2\tan x$

En isolant $\tan x$, on a $\tan x = \dfrac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{2}}$. Les solutions de cette équation sont :

$$x = 1,315 + k/pi$$

où $1,315 = \tan^{-1}\dfrac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{2}}$. Les solutions de cette équation sont donc :

$$\begin{cases} S_g : \{1,315 + k/pi | k \in \mathbb{Z}\} \\ S_p : \{1,315; 4,456\} \end{cases}$$

.../5 (c) $\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\dfrac{3\pi}{5} - 3x\right)$

On a :

$$\begin{cases} 2x + \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{3\pi}{5} - 3x + 2k\pi \\ 2x + \dfrac{\pi}{4} = \pi - \left(\dfrac{3\pi}{5} - 3x\right) + 2k\pi \end{cases}$$

ou, en isolant x :

$$\begin{cases} 5x = \dfrac{3\pi}{5} - \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi \\ \\ -x = \dfrac{2\pi}{5} - \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{7\pi}{100} + \dfrac{2k\pi}{5} \\ \\ x = \dfrac{3\pi}{20} + 2k\pi \end{cases}$$

Les solutions de cette équation sont donc :

$$\begin{cases} S_g : \left\{ \dfrac{7\pi}{100} + \dfrac{2k\pi}{5}, \dfrac{3\pi}{20} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\} \\ \\ S_p : \left\{ \dfrac{3\pi}{20}, \dfrac{7\pi}{100}, \dfrac{47\pi}{100}, \dfrac{87\pi}{100}, \dfrac{127\pi}{100}, \dfrac{167\pi}{100} \right\} \end{cases}$$