Nom, Prénom:

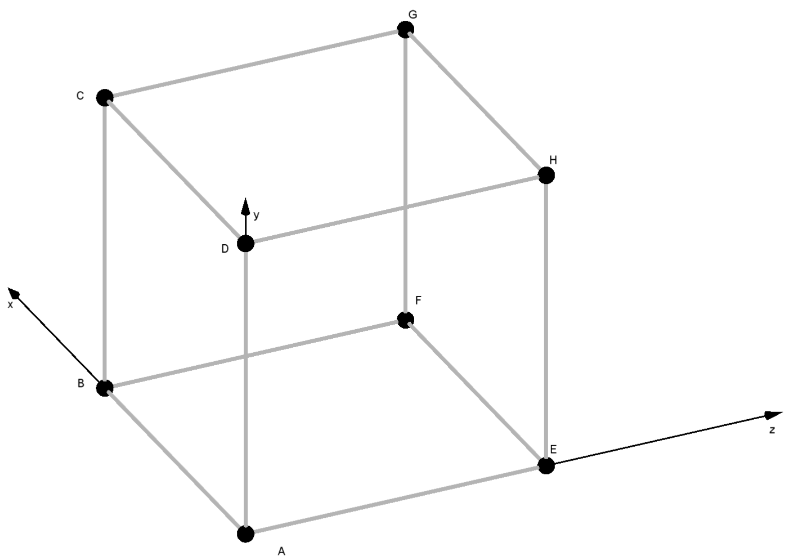
Devoir surveillé n°2 - Solutions

Calcul vectoriel dans l'espace

Série A

Le 3 octobre 2024 Classe: 6BCD

On donne le cube suivant de côté 2.



.../1 1. Déterminer les coordonnées de H.

$H : (0, 2, 2)$

.../4 2. Déterminer les composantes de $\overrightarrow{CA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{GD}$.

On a $\overrightarrow{CA} : \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{GD} : \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Dès lors $\overrightarrow{CA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{GD} : \begin{pmatrix} -\frac{4}{3} \\ -2 \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}$

.../3 3. Déterminer les coordonnées de P pour que $BEPF$ soit un parallélogramme.

$BEPF$ est un parallélogramme si $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{FP}$ c'est-à-dire $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-2 \\ y \\ z-2 \end{pmatrix}$.

On a $P : (0, 0, 4)$.

.../6 4. Soient I et J les milieux respectifs de $[EF]$ et $[BC]$. Démontrer que $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{GC}$ sont coplanaires.

Les coorodonnées de I et J sont $I(1, 0, 2)$ et $J(2, 1, 0)$. Il faut vérifier que le système $\overrightarrow{IJ} = k_1\overrightarrow{CE} + k_2\overrightarrow{GC}$ a une solution unique (K_1 et $k_2 \in \mathbb{R}$).

Le système s'écrit $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = k_1 \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ dont la solution (unique) est $k_1 = -\dfrac{1}{2}$ et $k_2 = \dfrac{1}{2}$.

.../6 5. Déterminer l'amplitude de l'angle $\widehat{DIH}$.

Il s'agit de l'angle entre les vecteurs $\overrightarrow{ID}$ et $\overrightarrow{IH}$. On a :

$\overrightarrow{ID} : \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\|\overrightarrow{ID}\right\| = 3$

$\overrightarrow{IH} : \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\|\overrightarrow{ID}\right\| = \sqrt{5}$

$\overrightarrow{ID} \bullet \overrightarrow{IH} = 5$.

Dès lors $\cos \widehat{DIH} = \dfrac{5}{3\sqrt{5}}$ et $\widehat{DIH} \approx 41{,}81°$ (0,73 rad).

Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

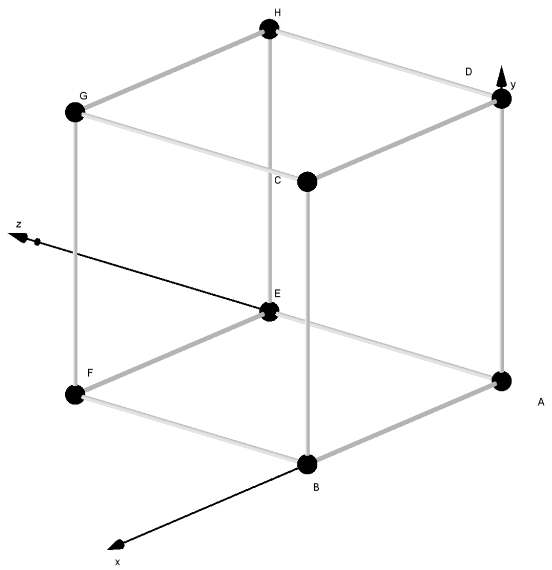
Devoir surveillé n°2 - Solutions

Calcul vectoriel dans l'espace

Série B

Le 3 octobre 2024 | Classe: 6BCD

On donne le cube suivant de côté 4.



.../1 1. Déterminer les coordonnées de F.
$F : (2, 0, 2)$

.../4 2. Déterminer les composantes de $\overrightarrow{CA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{GD}$.

On a $\overrightarrow{CA} : \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{GD} : \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Dès lors $\overrightarrow{CA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{GD} : \begin{pmatrix} -\frac{4}{3} \\ -2 \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}$

.../3 3. Déterminer les coordonnées de P pour que $BEPF$ soit un parallélogramme.

$BEPF$ est un parallélogramme si $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{FP}$ c'est-à-dire $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-2 \\ y \\ z-2 \end{pmatrix}$.

On a $P : (0, 0, 4)$.

.../6 4. Soient I et J les milieux respectifs de $[EF]$ et $[BC]$. Démontrer que $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{GC}$ sont coplanaires.

Les coorodonnées de I et J sont $I(1, 0, 2)$ et $J(2, 1, 0)$. Il faut vérifier que le système $\overrightarrow{IJ} = k_1\overrightarrow{CE} + k_2\overrightarrow{GC}$ a une solution unique (K_1 et $k_2 \in \mathbb{R}$).

Le système s'écrit $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = k_1 \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ dont la solution (unique) est $k_1 = -\dfrac{1}{2}$ et $k_2 = \dfrac{1}{2}$.

.../6 5. Déterminer l'amplitude de l'angle $\widehat{DIH}$.

Il s'agit de l'angle entre les vecteurs $\overrightarrow{ID}$ et $\overrightarrow{IH}$. On a :

$\overrightarrow{ID} : \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\| \overrightarrow{ID} \right\| = 3$

$\overrightarrow{IH} : \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\| \overrightarrow{ID} \right\| = \sqrt{5}$

$\overrightarrow{ID} \bullet \overrightarrow{IH} = 5$.

Dès lors $\cos \widehat{DIH} = \dfrac{5}{3\sqrt{5}}$ et $\widehat{DIH} \approx 41,81°$ (0,73 rad).