Fiche savoir faire :

Domaine de définition des fonctions rationnelles et irrationnelles

1^{er} cas : la fonction est rationnelle

Méthode

$f(x) = P(x)$ C.E. :/ et $\text{dom}_f = \mathbb{R}$

Exemple

$f(x) = 3x^2 - 5x + 6$ C.E. :/ et $\text{dom}_f : \mathbb{R}$

Méthode

$f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ C.E. : $Q(x) \neq 0$ (équation) et $\text{dom}_f = \mathbb{R}\setminus\{...\}$

Exemple

$f(x) = \dfrac{3x^2 - 5x + 6}{2x^2 - x - 1}$ C.E. : $2x^2 - x - 1 \neq 0 \overset{\Delta}{\Leftrightarrow} x \neq -\dfrac{1}{2}$ et $x \neq =$

donc $\text{dom}_f = \mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}, 1\right\}$

$2^{\text{ème}}$ cas : la fonction est irrationnelle

Méthode

$f(x) = \sqrt{R(x)}$ C.E. : $R(x) \geq 0$ (inéquation : tableau de signe) et $\text{dom}_f = [...]$

Exemple

$f(x) = \sqrt{2x^2 - x - 1}$ C.E. : $2x^2 - x - 1 \geq 0$. Le tableau de signe est :

x		$-\frac{1}{2}$		1	
$2x^2 - x - 1$	$+$	0	-	0	$+$

donc $\text{dom}_f = -\infty, -\dfrac{1}{2}\right] \cup [1, +\infty$

Méthode

$f(x) = \sqrt{\dfrac{R(x)}{S(x)}}$ C.E. : $\dfrac{R(x)}{S(x)} \geq 0$ et $S(x) \neq 0$ (inéquation : tableau de signe) et $\text{dom}_f = [...]$

Exemple

$f(x) = \sqrt{\dfrac{2x+1}{x^2 - 8x + 7}}$ C.E. : $\dfrac{2x+1}{x^2 - 8x + 7} \geq 0$ et $x^2 - 8x + 7 \neq 0$.
Le tableau de signe est :

x		$-\frac{1}{2}$		1		7	
$2x+1$	-	0	$+$		$+$		$+$
$x^2 - 8x + 7$	$+$		$+$	0	-	0	$+$
C.E.	-	0	$+$	$\nexists$	-	$\nexists$	$+$

donc $\text{dom}_f = \left[-\dfrac{1}{2}, 1\right[\cup]7, +\infty$

3$^{\text{ème}}$ cas : la fonction est un mélange de fonctions rationnelle et irrationnelle

Méthode

$f(x) = \dfrac{\sqrt{R(x)}}{Q(x)}$:

1. C.E.$_1$: $R(x) \geq 0$ (inéquation : tableau de signe)
2. C.E.$_2$: $Q(x) \neq 0$ (équation)

Pour trouver le domaine on résume les informations obtenues sur la droite des réels.

Exemple

$f(x) = \dfrac{\sqrt{2x+1}}{x^2-8x+7}$

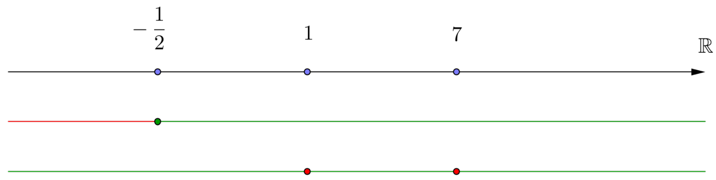
1. C.E.$_1$: $2x+1 \geq 0$
2. C.E.$_2$: $x^2-8x+7 \neq 0$

C.E.$_1$: Le tableau de signe est :

x		$-\frac{1}{2}$	
$2x+1$	-	0	+

C.E.$_2$: $x \neq 1$ et $x \neq 7$

La représentation sur la droite des réels est la suivante :



donc $\text{dom}_f = \left[-\frac{1}{2}, 1\right[\cup]1,7[\cup]7,+\infty$

Méthode

$f(x) = \dfrac{P(x)}{\sqrt{S(x)}}$ C.E. : $S(x) > 0$ (inéquation : tableau de signe)

Exemple

$f(x) = \dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2-8x+7}}$ C.E. : $x^2-8x+7 > 0$

Le tableau de signe est :

x		1		7	
x^2-8x+7	+	0	-	0	+

donc $\text{dom}_f = -\infty, 1[\cup]7, +\infty$

Méthode
$f(x) = \dfrac{\sqrt{R(x)}}{\sqrt{S(x)}}$: 1. C.E.$_1$: $R(x) \geq 0$ (inéquation : tableau de signe) 2. C.E.$_2$: $S(x) > 0$ (inéquation : tableau de signe) Pour trouver le domaine on résume les informations obtenues sur la droite des réels.
Exemple

Exemple

$f(x) = \dfrac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{x^2-8x+7}}$

1. C.E.$_1$: $2x+1 \geq 0$
2. C.E.$_2$: $x^2-8x+7 > 0$

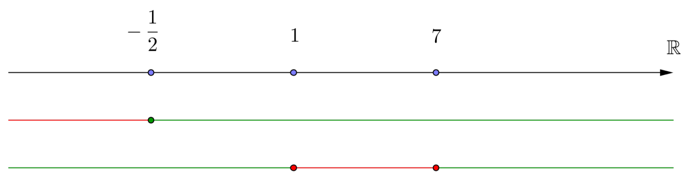
C.E.$_1$: Le tableau de signe est :

x		$-\frac{1}{2}$	
$2x+1$	-	0	+

C.E.$_2$: Le tableau de signe est :

x		1		7	
x^2-8x+7	+	0	-	0	+

La représentation sur la droite des réels est la suivante :



donc $\text{dom}_f = \left[-\dfrac{1}{2}, 1\right[\cup \,]7, +\infty$

Dans les expressions ci-dessus, $P(x), Q(x), R(x)$ et $S(x)$ représentent des polynômes.