

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°11 - Solutions

Les dérivées

Série A

Le 28 mai 2026

Classe: 5B

- .../4 1. En utilisant la définition du nombre dérivé, écrire l'équation de la tangente à la courbe d'équation $y = \frac{(2x-1)^2}{5x+2}$ au point d'abscisse -1 . Interpréter clairement le résultat sur le graphe en annexe.

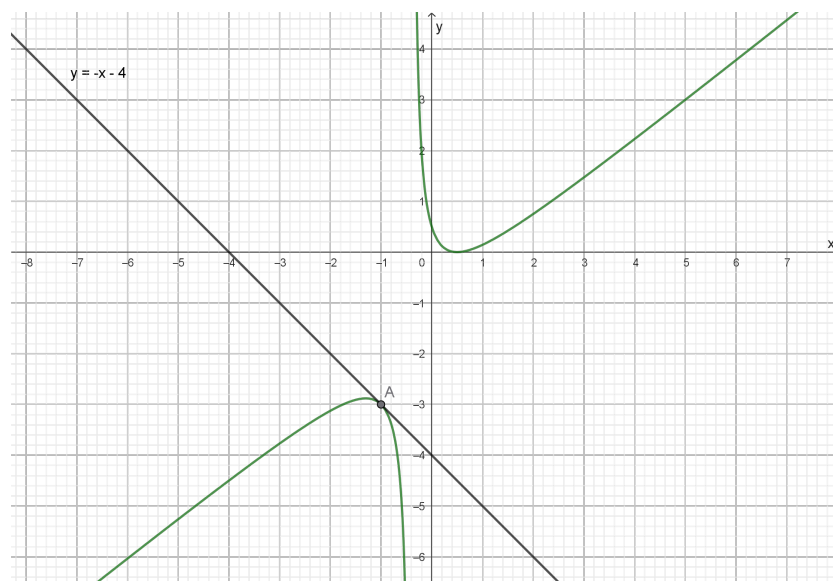
On a $f(-1) = -3$

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\frac{(2x-1)^2}{5x+2} + 3}{x+1} = \frac{0}{0} \text{ F.I.}$$

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x-1)^2 + 3(5x+2)}{(5x+2)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 11x + 7}{(5x+2)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(4x+7)(x+1)}{(5x+2)(x+1)} = -1$$

L'équation de la tangente est : $t \equiv y + 3 = -1(x + 1)$ ou, après simplification :

$$t \equiv y = -x - 4$$



2. Dériver les fonctions suivantes :

.../4

$$(a) \quad f(x) = \frac{(2x+1)^3}{(3x-1)^2}$$

$$f'(x) = \left[\frac{(2x+1)^3}{(3x-1)^2} \right]' = \frac{3(2x+1)^2 \cdot 2 \cdot (3x-1)^2 - (2x+1)^3 \cdot 2 \cdot (3x-1) \cdot 3}{(3x-1)^4}$$

$$= \frac{6(2x+1)^2(3x-1)[(3x-1) - (2x+1)]}{(3x-1)^4} = \frac{6(2x+1)^2(x-2)}{(3x-1)^3}$$

.../4

$$(b) \quad f(x) = \frac{2}{x} \cdot \sqrt{x^2-4}$$

$$f'(x) = \left[\frac{2}{x} \cdot \sqrt{x^2-4} \right]' = -\frac{2}{x^2} \cdot \sqrt{x^2-4} + \frac{2}{x} \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2-4}}$$

$$= \frac{-2(x^2-4) + 2x^2}{x^2\sqrt{x^2-4}} = \frac{8}{x^2\sqrt{x^2-4}}$$

.../4

$$(c) \quad f(x) = \sqrt{\frac{3x^2}{(x^2+2)}}$$

$$f'(x) = \left[\sqrt{\frac{3x^2}{(x^2+2)}} \right]' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{3x^2}{(x^2+2)}}} \cdot \left[\frac{3x^2}{(x^2+2)} \right]'$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\frac{3x^2}{(x^2+2)}}} \cdot \frac{12x}{(x^2+2)^2} = \frac{1}{\sqrt{\frac{3x^2}{(x^2+2)}}} \cdot \frac{6x}{(x^2+2)^2}$$

.../4

3. On donne la fonction $f(x) = \frac{a+x}{\sqrt{a-x}}$ où a est un paramètre réel. Déterminer la valeur de a pour que la tangente à la courbe d'équation $y = f(x)$ au point d'abscisse 0 soit parallèle à la droite d'équation $2y - 6x + 3 = 0$

$$f'(x) = \frac{3a-x}{2\sqrt{(a-x)^3}} \text{ et } f'(0) = \frac{3}{2\sqrt{a}}.$$

La tangente à la courbe d'équation $y = f(x)$ au point d'abscisse -1 est parallèle à la droite d'équation $2y - 6x + 3 = 0$ si $f'(0) = 3$, ce qui donne

$$a = \frac{1}{4}$$

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°11 - Solutions

Les dérivées

Série B

Le 28 mai 2026

Classe: 5B

Les développements sont les mêmes que ceux de la série A.

- .../4 1. En utilisant la définition du nombre dérivé, écrire l'équation de la tangente à la courbe d'équation $y = \frac{(2x+5)^2}{-5x-8}$ au point d'abscisse -1 . Interpréter clairement le résultat sur le graphe en annexe.
2. Dériver les fonctions suivantes. Réduire au maximum les résultats :
- .../4 (a) $f(x) = \sqrt{\frac{3x^2}{(x^2+2)}}$
- .../4 (b) $f(x) = \frac{2}{x} \cdot \sqrt{x^2-4}$
- .../4 (c) $f(x) = \frac{(2x+1)^3}{(3x-1)^2}$
- .../4 3. On donne la fonction $f(x) = \frac{a+x}{\sqrt{a-x}}$ où a est un paramètre réel. Déterminer la valeur de a pour que la tangente à la courbe d'équation $y = f(x)$ au point d'abscisse 0 soit parallèle à la droite d'équation $2y - 8x + 5 = 0$

