

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°13

Les dérivées

Le 28 mai 2026

Classe: 5C

Consignes (à lire ou... relire impérativement avant de démarrer le devoir surveillé)

- ✓ Répondre sur des feuilles A4 à en-tête *quadrillées*;
- ✓ On peut répondre au crayon et dans le désordre (ne pas oublier de noter clairement le numéro de la question);
- ✓ La présentation des résultats entrera en ligne de compte dans l'évaluation.
- ✓ Les résultats d'un calcul mathématique *peuvent comprendre des phrases françaises!!!!* Ne pas oublier l'orthographe!
- ✓ Justifier toutes les réponses en *français correct*!
- ✓ Lire convenablement l'énoncé pour éviter les calculs interminables et ne pas oublier les conclusions!
- ✓ Le non-respect de ces consignes entraînera la *perte de 10% de la cote maximale*

.../4 1. En utilisant la définition du nombre dérivé, écrire l'équation de la tangente à la courbe d'équation $y = \frac{\sqrt{2x+7}}{4x-1}$ au point d'abscisse 1. Interpréter clairement le résultat sur le graphe en annexe.

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{\sqrt{2x+7}}{4x-1} - 1}{x-1} = \frac{0}{0} \text{ F.I.}$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+7} - 4x + 1}{(4x-1)(x-1)} \cdot \frac{\sqrt{2x+7} + 4x - 1}{\sqrt{2x+7} + 4x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+7 - (4x-1)^2}{(4x-1)(x-1)} \cdot \frac{1}{\sqrt{2x+7} + 4x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-16x^2 + 10x + 6}{(4x-1)(x-1)} \cdot \frac{1}{\sqrt{2x+7} + 4x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-16(x + \frac{3}{8})(x-1)}{(4x-1)(x-1)} \cdot \frac{1}{\sqrt{2x+7} + 4x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-16x - 6}{4x-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2x+7} + 4x - 1} = -\frac{11}{9}$$

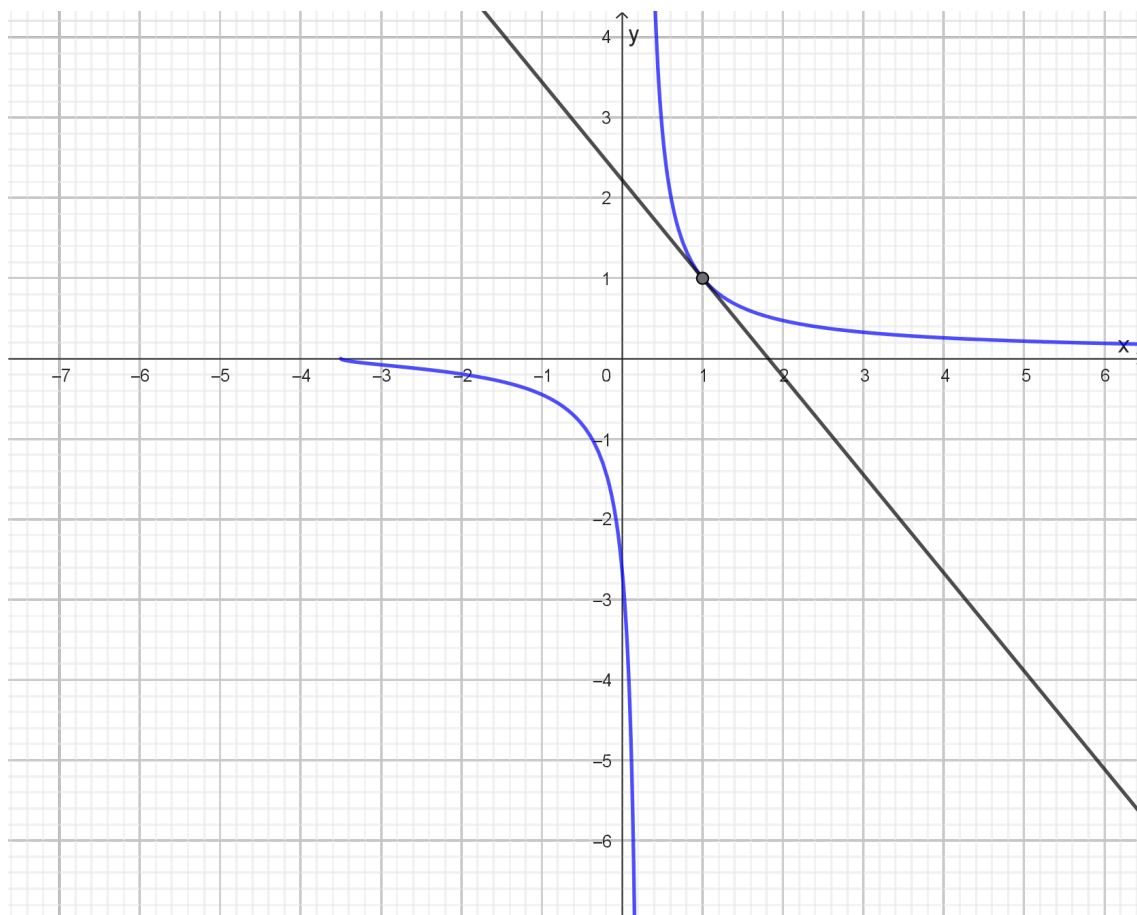
et $f(1) = 1$.

L'équation de la tangente est : $t \equiv y - 1 = -\frac{11}{9}(x - 1)$ ou, après simplification :

$$t \equiv y = -\frac{11}{9}x + \frac{20}{9}$$

Sur le graphe $-\frac{11}{9}$ est la pente ($\approx 1,22$) et $\frac{20}{9}$ l'ordonnée à l'origine ($\approx 2,22$).

(



2. Dériver les fonctions suivantes :

.../4

$$(a) \quad f(x) = \frac{(2x+1)^3}{(3x-1)^2}$$

$$f'(x) = \left[\frac{(2x+1)^3}{(3x-1)^2} \right]' = \frac{3(2x+1)^2 \cdot 2 \cdot (3x-1)^2 - (2x+1)^3 \cdot 2 \cdot (3x-1) \cdot 3}{(3x-1)^4}$$

$$= \frac{6(2x+1)^2(3x-1) [(3x-1) - (2x+1)]}{(3x-1)^4} = \frac{6(2x+1)^2(x-2)}{(3x-1)^3}$$

.../4

$$(b) \quad f(x) = \frac{2}{x} \cdot \sqrt{x^2-4}$$

$$f'(x) = \left[\frac{2}{x} \cdot \sqrt{x^2-4} \right]' = -\frac{2}{x^2} \cdot \sqrt{x^2-4} + \frac{2}{x} \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2-4}}$$

$$= \frac{-2(x^2-4) + 2x^2}{x^2\sqrt{x^2-4}} = \frac{8}{x^2\sqrt{x^2-4}}$$

.../4

$$(c) \quad f(x) = \sqrt{\frac{3x^2}{(x^2+2)}}$$

$$f'(x) = \left[\sqrt{\frac{3x^2}{(x^2+2)}} \right]' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{3x^2}{(x^2+2)}}} \cdot \left[\frac{3x^2}{(x^2+2)} \right]'$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\frac{3x^2}{(x^2+2)}}} \cdot \frac{12x}{(x^2+2)^2} = \frac{1}{\sqrt{\frac{3x^2}{(x^2+2)}}} \cdot \frac{6x}{(x^2+2)^2}$$

- .../4 3. On donne la fonction $f(x) = \frac{x^2 + mx - 3}{x^2 - 5}$ où m est un paramètre réel. Déterminer la valeur de m pour que la tangente à la courbe d'équation $y = f(x)$ au point d'abscisse -1 soit parallèle à la droite d'équation $x + 2y - 3 = 0$

$$f'(x) = \frac{-mx^2 - 4x - 5m}{(x^2 - 5)^2} \text{ et } f'(-1) = \frac{-3m + 2}{8}.$$

La tangente à la courbe d'équation $y = f(x)$ au point d'abscisse -1 est parallèle à la droite d'équation $x + 2y - 3 = 0$ si $f'(-1) = -\frac{1}{2}$, ce qui donne

$$m = 2$$