Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°5 - Solutions

Les fonctions : rappels

Série A

Le 27 novembre 2025 Classe: 5B

.../6 1. Construire le graphe de la fonction

$$f(x) = \left|2 - (-x+2)^2\right|$$

sur base d'une fonction de référence en explicitant les étapes du dessin.

$f_1(x) = x^2$

TH($2\longleftarrow$)

$f_2(x) = (x+2)^2$

SO (Oy)

$f_3(x) = (-x+2)^2$

SO (Ox)

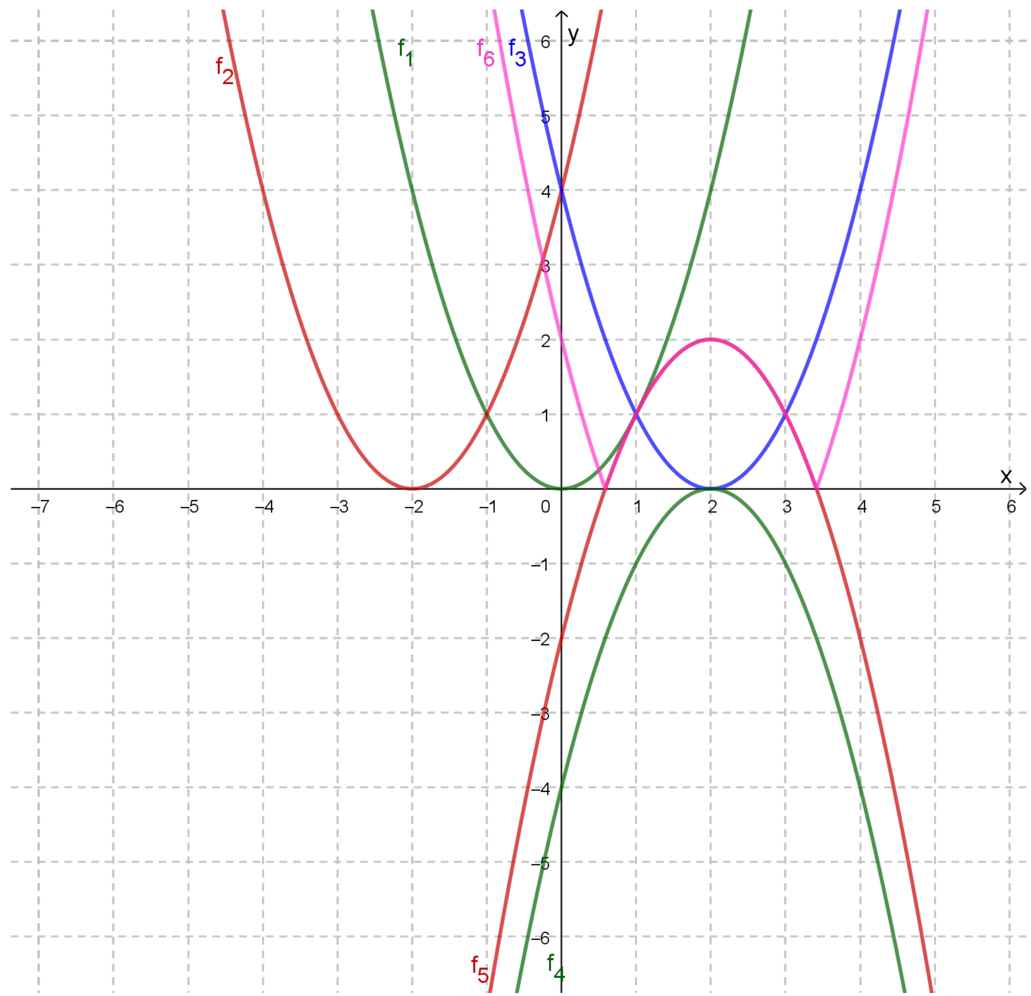
$f_4(x) = -(-x+2)^2$

TV($2\uparrow$)

$f_5(x) = 2-(-x+2)^2$

VA

$f_6(x) = |2-(-x+2)^2|$



x
y
f1
f2
f3
f4
f5
f6

2. On donne la fonction

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^2+7x-4}}{\sqrt{x^2+x-2}}$$

et son graphe.

On demande de déterminer algébriquement ***et*** graphiquement :

.../4 (a) le domaine de $f(x)$;
CE1 : $2x^2+7x-4 \geq 0$ et CE2 :$x^2+x-2>0$.
Les solutions de la première condition d'existence sont (T.S.) $x \in -\infty, -4] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right.$.
La seconde condition d'existence impose (T.S.) $x \in -\infty, -2[\cup]1, +\infty$.
Le domaine est donc (droite des réels) dom_f : $-\infty, -4] \cup]1, +\infty$.
Le domaine de $f(x)$ est dessiné en vert sur l'axe Ox du dessin.

.../2 (b) le(s) zéro(s) de $f(x)$;

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2+7x-4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

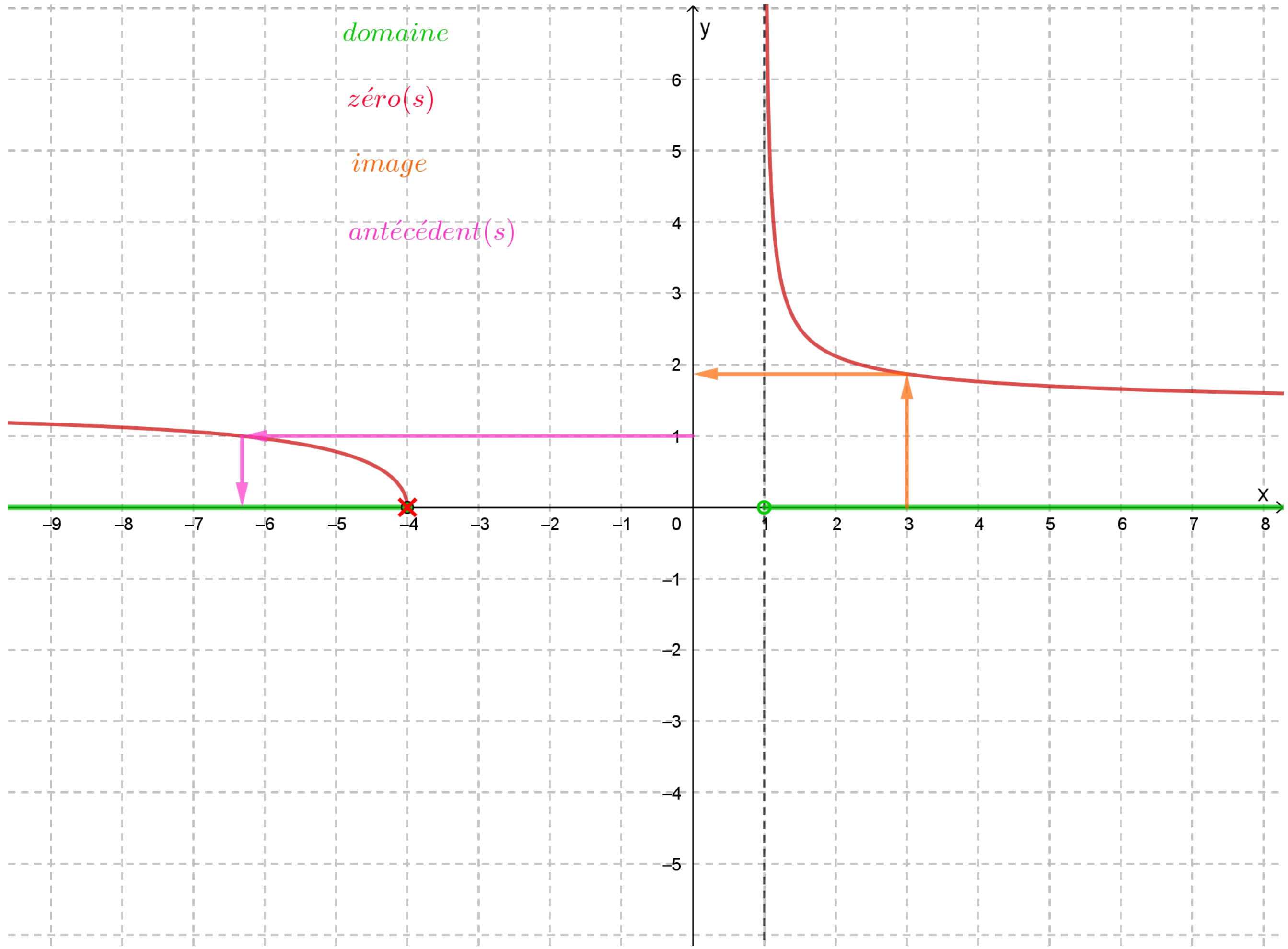
En raison du domaine de définition, le seul zéro est $x=-4$. C'est la croix rouge sur la figure.

.../3 (c) la valeur exacte et approchée de l'image de 3 par la fonction.
$f(3) = \frac{\sqrt{2(3)^2+7(3)-4}}{\sqrt{(3)^2+(3)-2}} = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{14}}{2} \approx 1,87$, ce qui correspond à la valeur lue en orange sur le graphique.

.../5 (d) le (les) antécédent(s) de 1 par f. Il faut résoudre $\frac{\sqrt{2x^2+7x-4}}{\sqrt{x^2+x-2}} = 1$. On a successivement :

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2x^2+7x-4}}{\sqrt{x^2+x-2}} = 1 \quad &\Leftrightarrow \sqrt{2x^2+7x-4} = \sqrt{x^2+x-2} \\ &\Leftrightarrow 2x^2+7x-4 = x^2+x-2 \\ &\Leftrightarrow x^2+6x-2=0 \end{aligned}$$

Les solutions de cette dernière équation est $x_{1,2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{11}}{2} = -3 \pm \sqrt{11}$.
En raison du domaine de définition, seule la valeur $x = -3-\sqrt{11}$ ($\approx -6,32$) est acceptable (en mauve sur le graphe).


domaine
zéro(s)
image
antécédent(s)
y
x
–9
–8
–7
–6
–5
–4
–3
–2
–1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
–5
–4
–3
–2
–1
1
2
3
4
5
6

Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°5 - Solutions

Les fonctions : rappels

Série B

Le 27 novembre 2025 Classe: 5B

.../6 1. Construire le graphe de la fonction

$$f(x) = \left|3 - (1 - x)^2\right|$$

sur base d'une fonction de référence en explicitant les étapes du dessin.

$f_1(x) = x^2$

TH($1\longleftarrow$)

$f_2(x) = (x+1)^2$

SO (Oy)

$f_3(x) = (-x+1)^2$

SO (Ox)

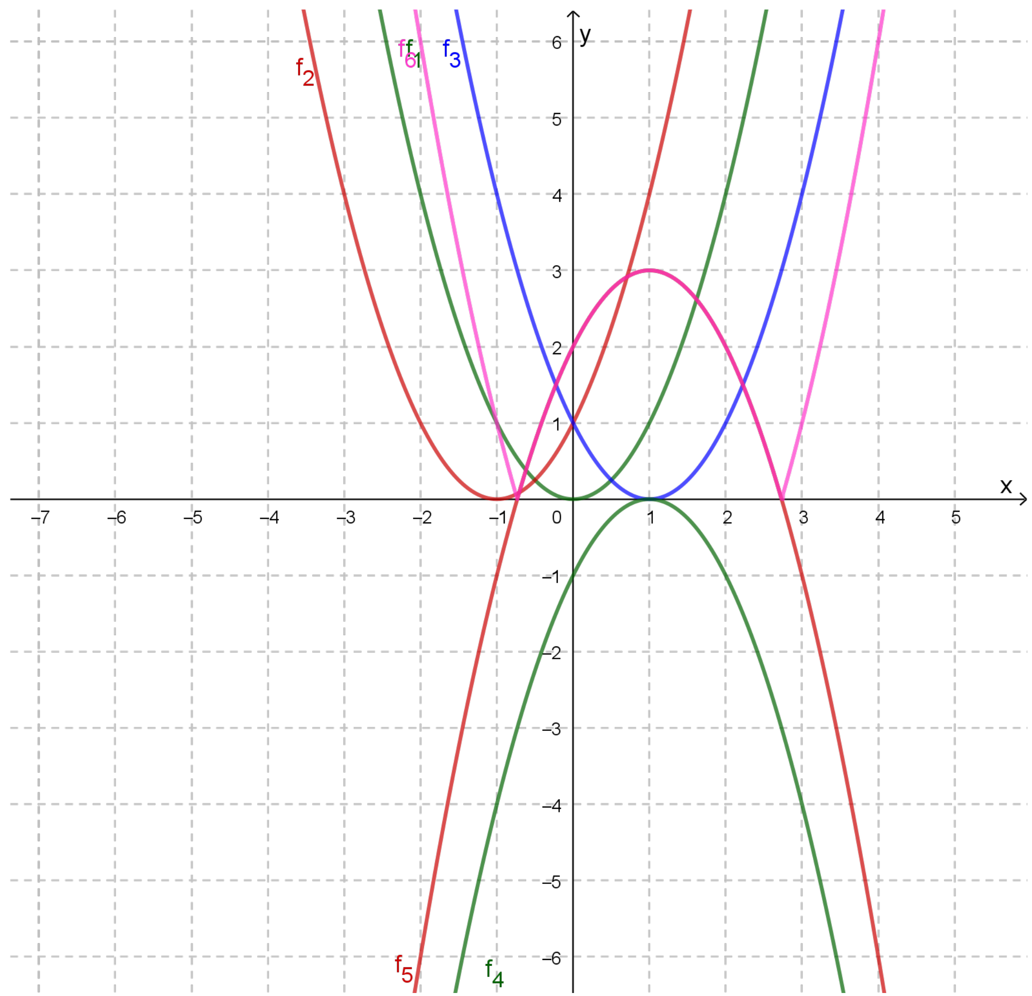
$f_4(x) = -(-x+1)^2$

TV($3\uparrow$)

$f_5(x) = 3 - (-x+1)^2$

VA

$f_6(x) = |3 - (-x+1)^2|$



y
x
f_1
f_2
f_3
f_4
f_5
f_6

2. On donne la fonction

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 - 15x + 18}}{\sqrt{x^2 - 5x + 4}}$$

et son graphe en annexe.

On demande de déterminer algébriquement ***et*** graphiquement :

.../4 (a) le domaine de $f(x)$;

CE1 : $2x^2 - 15x + 18 \geq 0$ et CE2 :$x^2 - 5x + 4 > 0$.

Les solutions de la première condition d'existence sont (T.S.) $x \in \left.-\infty, \frac{1}{2}\right] \cup [6, +\infty$.

La seconde condition d'existence impose (T.S.) $x \in -\infty, 1[\cup]4, +\infty$.

Le domaine est donc (droite des réels) dom_f : $-\infty, 1] \cup]6, +\infty$.

Le domaine de $f(x)$ est dessiné en vert sur l'axe Ox du dessin.

.../2 (b) le(s) zéro(s) de $f(x)$;

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 15x + 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 6 \end{cases}$.

En raison du domaine de définition, le seul zéro est $x = 6$. C'est la croix rouge sur la figure.

.../3 (c) la valeur exacte et approchée de l'image de -3 par la fonction

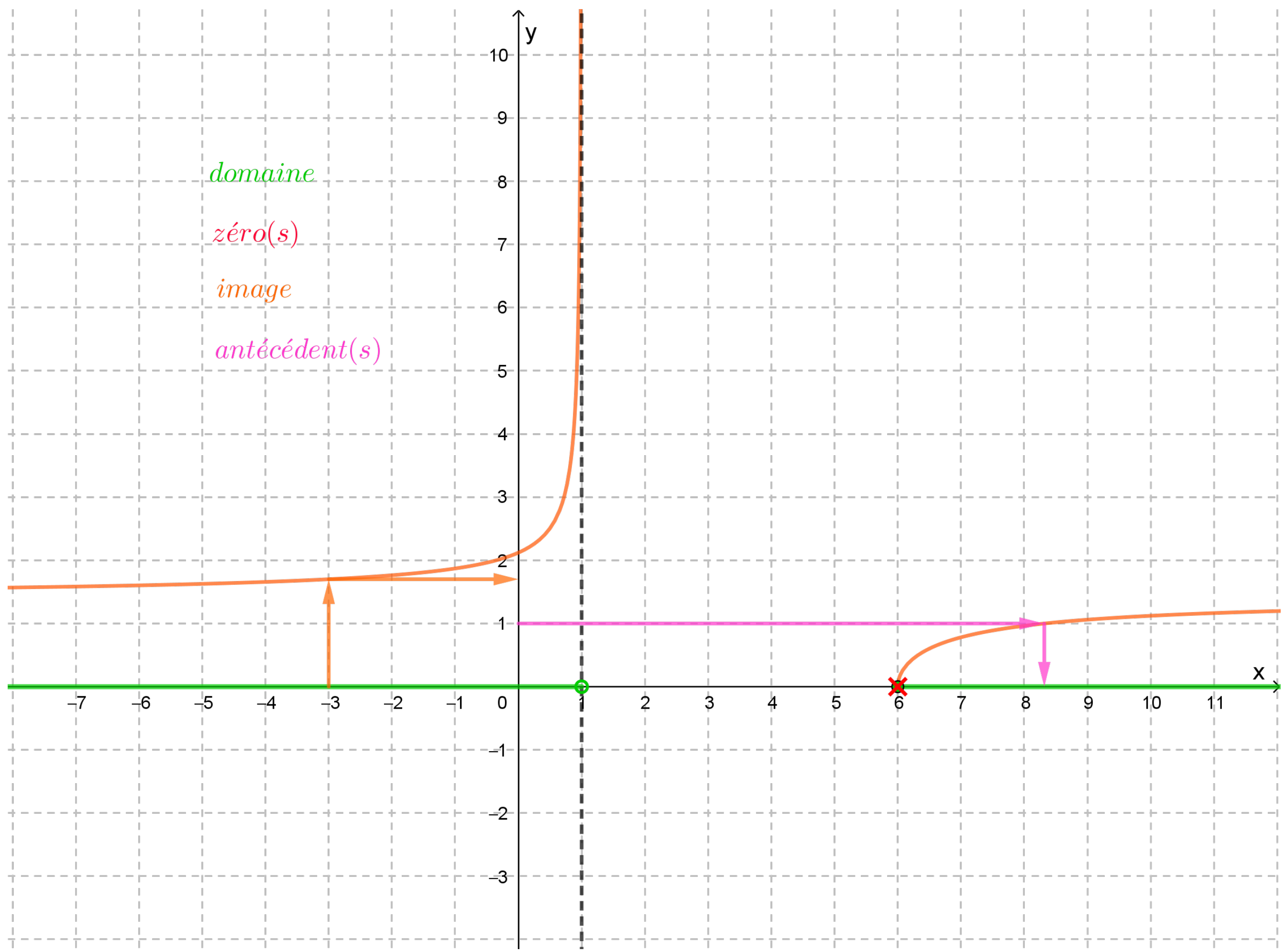
$f(-3) = \frac{\sqrt{2(-3)^2 - 15(-3) + 18}}{\sqrt{(-3)^2 - 5(-3) + 4}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{28}} = \frac{9\sqrt{7}}{14} \approx 1,7$, ce qui correspond à la valeur lue en orange sur le graphique.

.../5 (d) le (les) antécédent(s) de 1 par f. Il faut résoudre $\frac{\sqrt{2x^2 - 15x + 18}}{\sqrt{x^2 - 5x + 4}} = 1$. On a successivement :

$$\begin{aligned}
\frac{\sqrt{2x^2 - 15x + 18}}{\sqrt{x^2 - 5x + 4}} = 1 \quad &\Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 15x + 18} = \sqrt{x^2 - 5x + 4} \\
&\Leftrightarrow 2x^2 - 15x + 18 = x^2 - 5x + 4 \\
&\Leftrightarrow x^2 - 10x + 14 = 0
\end{aligned}$$

Les solutions de cette dernière équation est $x_{1,2} = \frac{10 \pm 2\sqrt{11}}{2} = 5 \pm \sqrt{11}$.

En raison du domaine de définition, seule la valeur $x = 5 + \sqrt{11}$ ($\approx 8,32$) est acceptable (en mauve sur le graphe).


y
x
domaine
zéro(s)
image
antécédent(s)
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11