Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°7 - Solutions

Les fonctions : rappels

Le 27 novembre 2025 Classe: 5C

.../6 1. Construire le graphe de la fonction

$$f(x) = \left|2 - \sqrt[3]{1-2x}\right|$$

sur base d'une fonction de référence en explicitant les étapes du dessin.

$$f_1(x) = \sqrt[3]{x}$$

TH(1⟵)

$$f_2(x) = \sqrt[3]{x+1}$$

SO (Oy)

$$f_3(x) = \sqrt[3]{-x+1}$$

EH(2)

$$f_4(x) = \sqrt[3]{-2x+1}$$

SO (Ox)

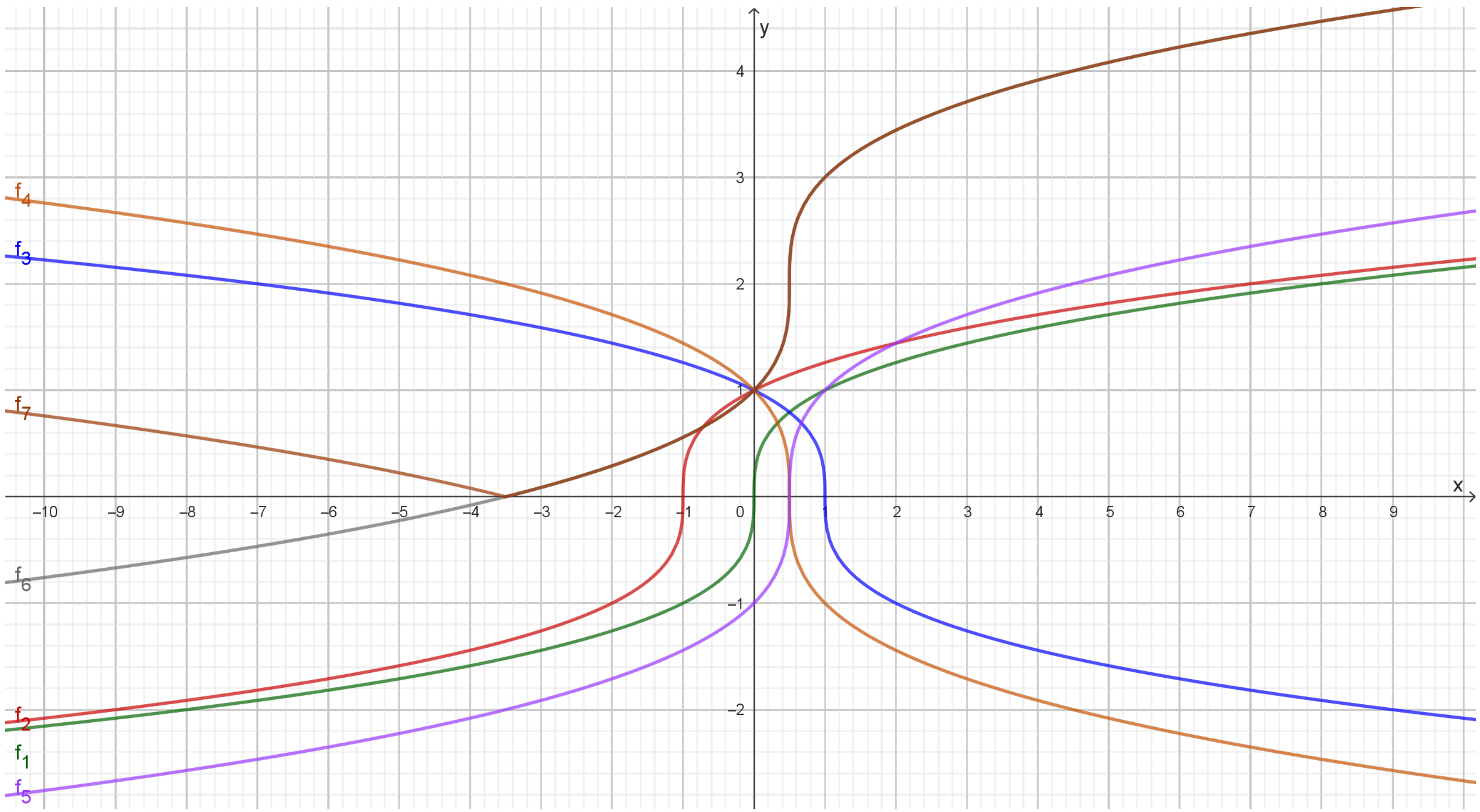
$$f_5(x) = -\sqrt[3]{-2x+1}$$

TV(2↑)

$$f_6(x) = 2 - \sqrt[3]{-2x+1}$$

VA

$$f_7(x) = \left|2 - \sqrt[3]{-2x+1}\right|$$



y
x
f_4
f_3
f_7
f_6
f_2
f_1
f_5

2. On donne la fonction

$$f(x) = \sqrt{\frac{2x^3 - 2x}{-3x^2 + x + 2}}$$

et son graphe.

On demande de déterminer algébriquement ***et*** graphiquement :

.../4 (a) le domaine de $f(x)$;

C.E. : $\dfrac{2x^3 - 2x}{-3x^2 + x + 2} \geq 0.$

Le tableau de signe est le suivant :

x		-1		$-\frac{2}{3}$		0		1	
$2x$	-		-		-	0	+		+
$x^2 - 1$	+	0	-		-		-	0	+
$-3x^2 + x + 2$	-		-	0	+		+	0	-
$CE(x)$	+	0	-	$\nexists$	+	0	-	?	-

dom$_f$: $-\infty, -1] \cup \left]\dfrac{2}{3}, 0\right].$

Le domaine de $f(x)$ est dessiné en vert sur l'axe Ox du dessin.

.../2 (b) le(s) zéro(s) de $f(x)$;

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{2x^3 - 2x}{-3x^2 + x + 2}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \end{cases}.$

En raison du domaine de définition, le seul zéro est $x = 1$. C'est la croix rouge sur la figure.

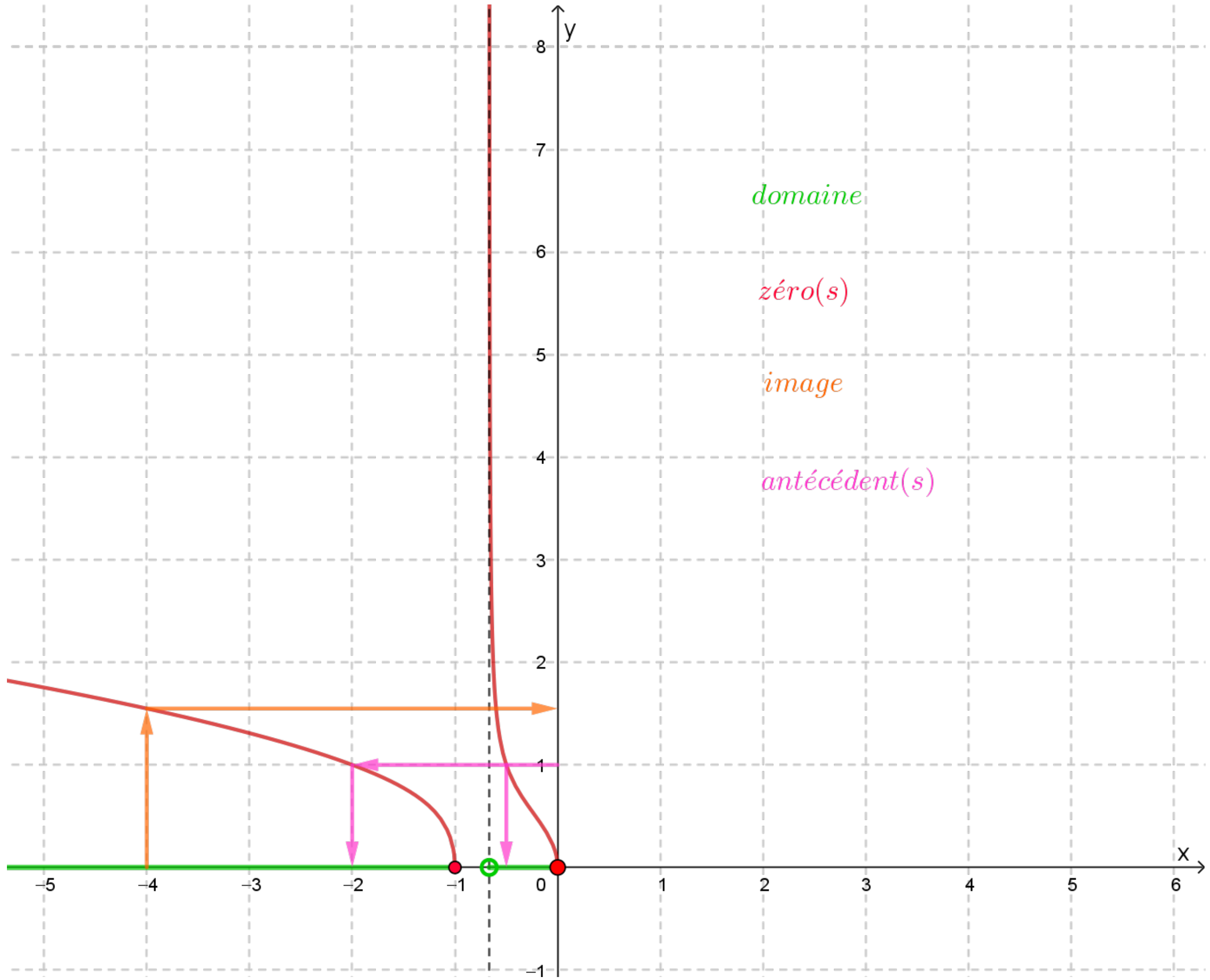
.../3 (c) la valeur exacte et approchée de l'image de -4 par la fonction.

$f(-4) = \sqrt{\dfrac{2(-4)^3 - 2(-4)}{-3(-4)^2 + (-4) + 2}} = \dfrac{2\sqrt{15}}{5} \approx 1,55$, ce qui correspond à la valeur lue en bleu sur le graphique.

.../5 (d) le (les) antécédent(s) de 1 par f. Il faut résoudre $\sqrt{\dfrac{2x^3 - 2x}{-3x^2 + x + 2}} = 1$. On a successivement :

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{2x^3 - 2x}{-3x^2 + x + 2}} = 1 \quad & \Leftrightarrow \frac{2x^3 - 2x}{-3x^2 + x + 2} = 1 \\ & \Leftrightarrow 2x^3 - 2x = -3x^2 + x + 2 \\ & \Leftrightarrow 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2 = 0 \end{aligned}$$

La factorisation (Horner ou groupement / mise en évidence) réduit l'équation à $(2x + 1)(x - 1)(x + 2)$. En raison du domaine de définition, seules les valeurs $x = -2$ et $x = -\dfrac{1}{2}$ sont acceptables (en orange sur le graphe).



domaine
zéro(s)
image
antécédent(s)
x
y